

HACIENDO SIGNIFICATIVAS LAS MATEMÁTICAS

**Cuaderno de Trabajo
para la Enseñanza de Matemáticas:
Primer a Tercer Grado**

*Por Nettie Fabrie, Wim Gottenbos,
y Jamie York*

TABLA DE CONTENIDOS

Notas de la Traductora

INTRODUCCIÓN

REFLEXIONES SOBRE LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICAS EN LOS PRIMEROS GRADOS

- *El reto de enseñar matemáticas en los primeros grados*
- *¿Cuáles son los síntomas de nuestra “enfermedad matemática”?*
- *Principios de la educación Waldorf*
- *¿Estarán preparados nuestros niños?*
- *En el aula*
- *El arte de enseñar matemáticas*
- *Trabajando con alumnos que tienen dificultades*
- *Las reglas doradas*

PRIMER GRADO

SEGUNDO GRADO

TERCER GRADO

APÉNDICE

- *Un resumen del currículo de matemáticas para primer y quinto grado*
- *Una lista de juegos para los primeros grados*
- *Una progresión paso-a-paso de los hechos aritméticos*
- *Los números cuadrados y triangulares*
- *Los números perfectos, abundantes y deficientes*
- *Los poderes de la tabla del dos*
- *Los números primos hasta el 2000*
- *Los números pares como suma de dos números primos*
- *Los números impares como diferencia de dos números al cuadrado*
- *Los números como suma de dos números al cuadrado*

Notas de la Traductora

*Muchas gracias a Karen Van Vuuren por ayudarnos a conseguir el permiso para traducir este maravilloso libro y, obviamente, muchas gracias a los autores por un libro tan necesario. Un agradecimiento especial a Jamie York, quien ayudó a transformar la relación de una de mis hijas con las matemáticas con su libro *Haciendo Significativas las Matemáticas: un Currículo para la Escuela Intermedia para Profesores y Padres*. Cuando ella se encontraba en séptimo grado.*

Algunos cuadros o diagramas no se han podido copiar fielmente, pero sí pueden ser comprendidos.

¡Disfrute este libro, disfrute las matemáticas con sus niños!

M. Pilar Bastida

INTRODUCCIÓN

La Cuerda Floja en las Matemáticas

En la enseñanza de matemáticas, como quizás en ninguna otra asignatura, nos encontramos caminando por una cuerda floja. Si nos vamos mucho hacia un lado, una gran porción de la clase queda confundida y abrumada. Si para balancearnos nos vamos hacia el otro lado, los estudiantes más rápidos se aburren, y la clase como un todo no progresa lo suficiente. Para muchos profesores, cada paso por esta cuerda floja trae memorias poco placenteras de sus propias infancias.

Como profesores Waldorf, somos conscientes de que la enseñanza de matemáticas es más que un simple ejercicio intelectual. Con ejercicios rítmicos y de movimiento, incorporamos la voluntad de los estudiantes. A través de historias apropiadas, incorporamos la esfera de los sentimientos de los estudiantes y encendemos su interés por las matemáticas. Rudolf Steiner, el fundador de la primera escuela Waldorf, habló sobre la importancia de “permear el alma con matemáticas de la forma correcta,” y sobre cómo una relación saludable con las matemáticas puede beneficiar el posterior desarrollo espiritual del estudiante.

Ciertamente, las matemáticas en una escuela Waldorf se ven de forma diferente y se enseñan de forma diferente. Y, sin embargo, los problemas que enfrentamos son frecuentemente los mismos que los de la enseñanza convencional. Demasiado seguido un grupo entra al 6to Grado con muchos de sus estudiantes débiles en matemáticas y diciendo “No sirvo para las matemáticas, y además las detesto.” “¿Por qué ocurre esto? ¿Cómo podríamos mejorarlo?”

Sobre este Libro

Si bien este libro se hizo para alguien que está enseñando matemática en los primeros grados de una escuela Waldorf, el material presentado aquí puede ser usado de forma efectiva por

cualquier profesor que desee ofrecer a sus estudiantes matemáticas con sentido y matemáticas apropiadas para cada edad.

Aunque hemos intentado abarcar muchos de los temas que consideramos importantes, tenemos que reconocer que hay mucho más en la enseñanza de matemáticas de lo que se puede encontrar dentro de este libro. Este libro no es un sustituto – y ningún libro puede serlo– de un programa de entrenamiento Waldorf del profesor, en donde se cubra gran parte de la filosofía fundamental y necesaria, de la base pedagógica, y de las técnicas de enseñanza.

Hay muchas cosas buenas que están ocurriendo actualmente en la enseñanza de matemáticas en las escuelas Waldorf en Norte América. Este libro se centra, quizás, en aquellos aspectos de la enseñanza de matemáticas que los autores consideran requieren ser frecuentemente mejorados en las escuelas Waldorf.

Una Palabra de Precaución

Los autores esperan que el contenido de este libro sea de ayuda a profesores, y traiga a la conciencia algunos aspectos de la enseñanza de matemáticas que de otra forma no saldrían a la superficie. Esperamos que este libro genere discusión y reflexión. Este libro no debería de tomarse como una receta para la enseñanza de matemáticas en una escuela Waldorf. De hecho, no existe tal receta. Este libro es meramente un recurso que refleja las opiniones de los autores. Hay también otras opiniones que podrían ser llamadas “Waldorf”.

El lector (probablemente un profesor) no debería de seguir simplemente las instrucciones, o ejecutar un plan tan sólo porque se menciona en este libro. Como siempre, el trabajo del profesor consiste en desarrollar un sentido interior por aquello que es apropiado en un determinado momento para su clase, y así crear una lección efectiva. En última instancia, es el amor y creatividad del profesor lo que hará que el material se torne en algo vivo para los estudiantes. Ningún libro puede darle esto a un profesor.

Nuestra Página Web

Los libros de *Haciendo Significativas las Matemáticas* tienen una página web: www.meaningfulmathbooks.com En este sitio podrá ver fotos a colores de páginas de cuadernos de la lección principal de niños, podrá descargar (¡gratis!) una variedad de hojas de práctica, y podrá acceder a otros recursos relacionados con los libros de *Haciendo Significativas las Matemáticas*. También podrá contactarnos si tiene preguntas o comentarios. Apreciamos sus comentarios y sugerencias.

Nuestro libro de rompecabezas y juegos, ¡y más!

Hay momentos cuando el profesor sabe que hay que hacer algo diferente. Nuestro libro de acertijos y juegos (*Making Math Meaningful Puzzle and Game Book*) se hizo con la intención de convertirse en un recurso para profesores de matemáticas entre cuarto y doceavo grado, para suplementar parcialmente el material normal. Este provee de ideas para “algo diferente”.

Adicionalmente, tenemos libros de matemáticas para el primer y hasta el quinto grado, y para la secundaria. Nuestros libros pueden ser ordenados a través de nuestra página web www.meaningfulmathbooks.com, o a través de Whole Spirit Press.

Agradecimientos

Los autores desean agradecer a las siguientes personas por su ayuda en la elaboración de este libro: Marilyn Fox por sus ideas para el valor posicional para el segundo grado; Grace Wang, Vienna Scheyer y Katja Kramers, estudiantes de la escuela Waldorf de Seattle por compartir sus hermosos cuadernos de la lección principal de matemáticas; Meike Gottenbos por ayudar con algunos dibujos; y Ruud Luiten por su apoyo técnico. Y un agradecimiento muy especial va para Else Göttgens por las maravillosas discusiones acerca del desarrollo del niño que hemos tenido durante los últimos 35 años.

REFLEXIONES SOBRE LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICAS EN LOS PRIMEROS GRADOS

El reto de enseñar matemáticas en los primeros grados

Temor y estrés

En nuestra época, el miedo puede tener una influencia sobre gran parte de nuestras vidas, incluyendo la educación de nuestros niños. Profesores y padres andan más preocupados que nunca. “¿Qué ocurrirá si es que mi niño se retrasa?” La presión para figurar entre los primeros se ha incrementado. ¡La educación se ha convertido en una carrera! Se introduce material más avanzado a una edad más temprana. Más tareas. Más exámenes que ponen mucho en juego. Más miedo. Más estrés. Hasta las escuelas independientes son afectadas.

Estrés y miedo conducen a que los niños no logren aprender nada; afectan negativamente la habilidad de nuestros estudiantes para aprender matemáticas. Necesitamos reducir el miedo y el estrés, y crear una atmósfera de aprendizaje calmada y segura, la que permita que nuestros estudiantes logren un estado interior de calma contemplación. Esto crea un recipiente en donde el aprendizaje de matemáticas se hace posible.

Evadiendo el tener que esforzarse

Irónicamente, a pesar de que hay expectativas más elevadas para que nuestros niños aprendan más material y hagan más tareas – todo a una edad más temprana – no queremos que la pasen mal. Queremos que nuestros niños sean felices y exitosos. Vivimos en una cultura de “gratificación instantánea”. Cuando deseamos algo, esperamos que esto ocurra rápidamente. Y además tiene que ser fácil. Nuestros niños tienen que sacarse las mejores notas, estar más adelantados que los demás, y además sentirse cómodos consigo mismos.

El problema es que, usualmente, el aprendizaje de matemáticas no es ni rápido ni fácil. Se requiere de paciencia – paciencia por el estudiante, paciencia por el profesor, y paciencia por los padres. *El esforzarse por comprender algo es parte importante del aprendizaje de matemáticas – y una gran lección de vida.* Hoy en día, uno de nuestros retos como profesores de grado es el de crear un ambiente seguro – sin miedo ni estrés – en el que nuestros estudiantes puedan esforzarse y luchar por comprender. Esto no es una tarea fácil. ¿No sería maravilloso si todos nuestros niños pudieran aprender a encarar calmadamente sus retos, y a desarrollar seguridad en sí mismos mientras luchan exitosamente sus batallas?

¿Cuáles son los síntomas de nuestra “enfermedad matemática”?

Matemáticas sin sentido

¿Cómo son vistas las matemáticas por la sociedad? Generalmente, las matemáticas no son vistas como significativas *per se*. Una creencia generalizada es que las “matemáticas buenas” tienen que ser prácticas y útiles. De esto se deduce que la razón principal para estudiar matemáticas debería de ser que sean útiles para otro propósito o asignatura. Todas estas actitudes hacia las matemáticas pueden llevar a que la enseñanza significativa de matemáticas se convierta en un reto.

Si bien nosotros, los autores, creemos que las aplicaciones prácticas de las matemáticas pueden ser de ayuda, también creemos que hay un propósito superior cuando aprendemos matemáticas. (Ver *Principios de la Educación Waldorf* más abajo).

La LISTA

Si la gente piensa que las matemáticas siempre tienen que ser prácticas, entonces sería razonable enfocarse principalmente en el desarrollo de habilidades. Con el tiempo, esto ha degenerado en una *LISTA* – una lista espantosamente larga de habilidades que supuestamente son necesarias para que nuestros niños pasen al siguiente nivel (como por ejemplo a la secundaria, o a la universidad). Esta *LISTA* presiona a los profesores en todos los niveles de educación. Ellos temen que sus estudiantes no estarán preparados si es que no ejecutan toda la *LISTA*. Se nos quiere hacer creer que esta *LISTA* es cada vez más y más larga, y más y más intimidante. Esta excesiva enfatización para desarrollar habilidades es aburrida o abrumadora (o ambas) para muchos estudiantes, y para el profesor también.

Nosotros, los autores, creemos que las habilidades básicas son importantes, pero consideramos que la lista de temas necesarios para avanzar no es tan terriblemente larga; en realidad es bastante manejable (ver *¿Qué habilidades son realmente necesarias?* más abajo).

Haciendo de las matemáticas un procedimiento

Hoy en día los colegios tienden a pasar demasiado tiempo en habilidades que involucran la ejecución de un procedimiento a una edad muy temprana. Algunos ejemplos incluyen el prestarse (en la sustracción) en segundo grado, la división larga en tercer grado, y la aritmética con números mixtos en cuarto grado. Sería mejor postergar la introducción de cada uno de estos temas, y hacerlo al menos un año después de lo mencionado. Pero aquí es en donde encontramos el verdadero problema: al poner

tanto énfasis en habilidades de ejecución de procedimientos a una edad demasiado temprana, los niños experimentan las matemáticas como una colección de procedimientos ciegos, sentando así las bases para una ansiedad y un trauma con las matemáticas. Incluso, es probable que aquellos estudiantes que no quedaron traumatizados con estos procedimientos ciegos no comprendan lo que están haciendo, y que más tarde, en los grados superiores, tengan problemas cuando los conceptos matemáticos se vuelvan un reto mayor.

Por ejemplo, en el proceso de resolver un problema prestándose, como en $72 \text{ menos } 58$, muchos niños de segundo y tercer grado pierden de vista los dos números, 72 y 58. En lugar, ven columnas de números: 7 menos 5, y 2 menos 8 (lo cual es posible gracias al truco de prestarse). Lo peor es que el niño pequeño pierde de vista lo que la sustracción es en realidad; para ellos la sustracción se ha convertido en este procedimiento ciego llamado “prestarse”.

De forma similar, en el proceso de resolver un problema de división larga, el niño de tercer o cuarto grado se olvida de que está haciendo un problema de división; se olvida lo que la división es en realidad. Y en el proceso de hacer aritmética con dos números mixtos (por ejemplo, $8 \frac{2}{3} + 5 \frac{1}{2}$), el niño de cuarto grado mira seis números (8, 2, 3, 5, 1, 2) ubicados en lugares específicos. La respuesta final es tan sólo el resultado final de una serie de pasos o trucos. En estos casos, gran parte del trabajo con fracciones termina siendo una colección de trucos. (Ver *¡Cuidado con los trucos!* más abajo). El estudiante probablemente olvide que el problema tenga algo que ver con fracciones, y pueda ser que verdaderamente no comprenda lo que es una fracción.

Consideramos que estas habilidades para realizar procedimientos pueden ser introducidas en los primeros grados, pero si ponemos un énfasis exagerado en estas habilidades mientras los niños son todavía muy pequeños, frecuentemente los niños pierden de vista la idea general, no comprendan los conceptos detrás del procedimiento, y pierden (o no desarrollan) su *sentido por el número*. Todo esto incrementa las posibilidades de que el niño quede *matemáticamente traumatizado*.

La gran carrera

La sociedad actual parece creer que la educación es como una carrera. Los nombres de programas como “Ningún Niño Dejado Atrás” (“No Child Left Behind”) y “Primero en Partir” (“Head Start”) refuerzan esta imagen. Se nos da la impresión de que si nos encontramos entre los primeros al comienzo, terminaremos entre los primeros al final. Nosotros no estamos de acuerdo. La educación de un niño es mucho más que encontrarse entre los primeros, pero además cuando se presiona a niños pequeños (entre primer a cuarto grado) con material avanzado, esto no se traduce en el largo plazo en poder terminar entre los primeros. De hecho, este tipo de enfoque generalmente resulta en (1) una “sobre-simplificación” del material; (2) una enseñanza superficial que no inspira y que destruye; y (3) en que gran parte de los estudiantes se sienta agobiado. En lugar de esto, el mejor enfoque es proceder lentamente durante los primeros grados, asegurándose de que el material sea cubierto completamente, de forma que todos los estudiantes absorban profundamente lo que se les ha ofrecido. Entonces, después de construir esta base tan sólida, los niños se encontrarán listos para despegar a partir del sexto grado y en adelante. Lo mejor que podemos hacer durante los primeros grados, si queremos que nuestros estudiantes se encuentren fuertes al graduarse de la secundaria, es darles una base sólida en los fundamentos y generar una alegría por aprender.

Tareas¹ y reportes

Las tareas y libretas de notas son temas que van más allá de la clase de matemáticas, pero sentimos que son lo suficientemente importantes como para ser mencionadas.

Actualmente, la tendencia en la educación es la de dar más y más tareas a una edad cada vez menor. Muchos profesores quieren mostrar a los padres que en sus clases los niños hacen trabajo avanzado. Hasta los profesores Waldorf están cediendo a esta presión. No es extraño que hoy en día los niños de tercer grado tengan tarea.

Nosotros cuestionamos esta tendencia. Sentimos que no debería de haber tarea hasta el quinto grado, e incluso entonces, debería de ser mínima. Cualquier tarea debería de generar alegría por el aprendizaje. Los niños pasan muchas horas en el colegio. ¡Allí es donde deberían de aprender a trabajar duro! ¡Los niños necesitan tener vida propia después del colegio! En el hogar necesitan jugar, leer, practicar su instrumento musical, hacer manualidades, dibujar, pintar, jugar con juegos de mesa², participar en las tareas domésticas, y pasar tiempo con amigos y familia.

Frecuentemente se dice que el dejar tareas en los primeros grados ayuda a desarrollar buenos hábitos de trabajo más tarde. Esto da la impresión de que la mejor forma de preparar a los niños para el estresante peso de la tarea, el que encontrarán en la secundaria, es haciéndolos experimentar este peso durante los primeros grados. De forma opuesta, nosotros sentimos que los buenos hábitos para hacer tareas pueden ser desarrollados en el sexto, séptimo y octavo grado, e incluso entonces, con una cantidad mínima de tarea.

De forma similar, los profesores requieren ahora que los niños hagan reportes escritos (por ejemplo, reportes sobre animales en el cuarto grado, reportes sobre la provincia en el quinto grado, y reportes sobre libros). Pareciera que esto proviene de la educación prevaleciente, en donde se busca imitar aspectos de la educación de niveles superiores (como por ejemplo los documentos de investigación). Esto se diluye y se traslada hacia los niños pequeños. De esta forma, aquellos padres que ejercen presión por cosas más académicas pueden quedarse tranquilos. Pero nosotros sentimos que este tipo de reportes tiene muy poco valor pedagógico, y que incluso puede tener un impacto negativo sobre el entusiasmo del niño por aprender. Tenemos preocupaciones similares respecto a los reportes de libros. Por supuesto que no hay nada de malo en incentivar a los niños para que lean un libro en casa. Pero el forzar a los niños para que lean un libro que no les interesa, y después cargarlos aún más pidiéndoles que escriban un reporte sobre éste, probablemente eliminará su entusiasmo por la lectura.

Trauma con las matemáticas

Muchos adultos en nuestra sociedad son débiles en matemáticas y se sienten intimidados por ella. ¿Por qué ocurre esto? ¿A qué edad empezó el trauma con las matemáticas? ¿A qué edad empieza el niño a decir, “Soy malo en matemáticas”? Pueda ser que en algunos alumnos el trauma con las matemáticas no se haga aparente sino hasta la adolescencia, pero nosotros creemos que en la mayoría de los casos las causas del trauma con las matemáticas empiezan entre segundo y cuarto grado.³

¹ Para leer más acerca del cuestionamiento del valor de la tarea, ver el libro de Alfie Kohn, *El Mito de la Tarea (The Homework Myth)*.

² Ver en el apéndice una lista de juegos para matemáticas para los primeros grados.

³ McLeod, DB, (1992). *Investigación sobre el afecto en la educación matemática: Una re-conceptualización*. De Grouws (Ed.), *Manual para la investigación de la enseñanza y aprendizaje de matemáticas* (pp.575-596). New York: Macmillan.

Quizás nuestra única y más grande tarea cuando enseñamos matemáticas en los primeros grados sea la de asegurarnos de que nuestros estudiantes no entren al sexto grado con un trauma con las matemáticas. ¡Pero esta no es una tarea fácil!

Dos polos opuestos del espectro

Mucha cantidad y demasiado pronto. Los profesores de grado pueden sentirse presionados por padres o colegas, y sentir que tienen que demostrar que su clase es fuerte en matemáticas, y que realiza material avanzado, y que se encuentra adelantada (o al menos no retrasada) respecto a otras clases. El profesor podrá o no ser consciente de esta presión, y mucha de esta presión podrá ser auto-impuesta. Debido a esta presión es que el profesor se inclina a avanzar rápidamente con el material, y a profundizar demasiado con material para el que los estudiantes están todavía demasiado jóvenes. Todo esto hará, probablemente, que gran parte de los estudiantes queden perdidos, traumatizados con las matemáticas, y pensando que nunca podrán ser buenos en matemáticas. Este tipo de clase generalmente entra al 6to grado con una gran disparidad entre aquellos que son buenos en matemáticas (los alumnos “rápidos”) y aquellos que no son buenos en matemáticas (los estudiantes “lentos”), y con unos pocos en el medio. (Ver *Evitando la “Gran División”* más abajo.)

Insuficiencia de matemáticas. No confunda lo que se acaba de decir arriba como un argumento para hacer la menor cantidad posible de matemáticas. Si un profesor evita las matemáticas porque él o los estudiantes las encuentran poco placenteras, o si el profesor las mantiene demasiado simples, entonces la clase no progresará lo suficiente, y el sentido de los estudiantes por el número y la habilidad para “pensar matemáticamente” quedará sub-desarrollada. Estos estudiantes probablemente experimentarán dificultades en años posteriores cuando tengan un profesor con mayores expectativas.

Todo tiene que ver con balance. Necesitamos tener (dentro de lo razonable) altas expectativas para nuestros estudiantes. Cada estudiante debería de ser apropiadamente retado en matemáticas. El desarrollar un sentido de lo que es correcto para la clase es parte importante del arte de enseñar.

Falta de un pensamiento independiente, creativo y flexible

Ciertamente, uno de los objetivos más importantes de cualquier sistema educativo debería de ser que sus graduados puedan pensar de forma independiente, flexible, y creativa. Sin embargo, frecuentemente escuchamos que profesores de universidad y líderes de la industria se quejan de que la educación de hoy en día no es capaz de producir de forma adecuada graduados que sean buenos para resolver problemas, y que puedan pensar creativamente. Claramente, un enfoque de enseñanza de matemáticas que se limite a avanzar por un libro de texto y a memorizar de forma ciega los procedimientos, no desarrollará probablemente un pensamiento independiente.

Frecuentemente se les da a los estudiantes la impresión de que sólo hay una forma de resolver un problema de matemáticas – esta matemática es rígida e inflexible. En lugar de eso necesitamos buscar oportunidades que muestren que hay múltiples formas de resolver un problema, y fomentar que nuestros estudiantes nos den sus diferentes ideas cuando hacen un cálculo o cuando resuelven un problema. Si tenemos éxito con esto en los primeros grados, será posible que nuestros

estudiantes evolucionen como pensadores independientes y creativos en la secundaria y más allá. (Ver también *Desarrollando flexibilidad en el pensar* más abajo.)

Principios de la educación Waldorf

Los principios y objetivos únicos de la educación Waldorf se obtienen de las reflexiones de Rudolf Steiner. Lo que se incluye aquí es parte esencial de cualquier programa que prepara profesores Waldorf para que sean profesores de aula en la primaria. Algunos de estos muy importantes principios son:

Desarrollo del Niño. Es muy importante que todos los profesores Waldorf (desde el Jardín hasta el final de la Secundaria) tengan una comprensión profunda del desarrollo del niño y del desarrollo del ser humano en general.

Material adecuado para cada Etapa de Desarrollo. Con esta comprensión del desarrollo del niño, el profesor puede volverse entonces consciente de cómo algo que se lleva al aula afecta a los niños de acuerdo a su desarrollo. Un principio básico de la educación Waldorf es que el currículo apoya el desarrollo del niño. La asignatura correcta en el momento correcto permite que esto se logre. Por ejemplo, en el cuarto grado, el niño se va separando del mundo, y la unidad que lo rodeaba se desmorona. Por tanto, el currículo refleja esto con la introducción de las fracciones, en donde el número entero se “cae” y se “deshace” en muchos pedazos. La enseñanza de fracciones ayuda a apoyar al niño en esta etapa de transición de su vida.

Trabajando con la Imaginación. Es importante que el profesor trabaje con imágenes vivas y descripciones que despierten la imaginación del niño, en lugar de usar conceptos muertos y juicios.

Enseñando desde el todo hacia las partes. Al proceder del todo hacia las partes, dividimos o reestructuramos el todo en muchas partes. Por ejemplo, imagine que tenemos 12 nueces y pedimos a los estudiantes que dividan estas nueces. Hay muchas posibilidades para dividir el todo en 12 partes.⁴ Si es que vamos de las partes hacia el todo (como cuando preguntamos “¿Cuánto es $10 + 2$?”), entonces sólo tenemos una respuesta posible. Este es un gesto materialista. Si en lugar de esto vamos del todo hacia las partes, tenemos un gesto más social – un gesto de “dar.”

El Uso Consciente del Olvidar.⁵ Uno podría pensar de que si hicimos las cosas bien con los niños, entonces ellos recordarán siempre lo que se les enseñó; si se olvidaron de lo que se les enseñó, entonces esto sería un indicio de que hemos fracasado. Pero esto no es así. *El olvidar es parte importante del aprendizaje.* Después de que hemos enseñado algo nuevo a los niños, entonces deberíamos de dejarlo reposar. Esto se “va a dormir” dentro de los niños y trabaja en su subconsciente. Entonces, después de un tiempo, lo revisamos – trayendo de vuelta el tópico viejo y profundizándolo. Durante este proceso de revisión, los niños habrán olvidado lo que habían aprendido previamente, pero entonces recordarán todo rápidamente, y tendrán una comprensión nueva y más profunda del material.

La Ley Pedagógica.⁶ Algo central en la educación Waldorf es que el profesor⁷ educa cada uno de los (más delicados) cuerpos del estudiante partiendo desde su cuerpo más elevado. En el Jardín o en la educación temprana, el niño pequeño está trabajando principalmente en el desarrollo de su cuerpo físico. Por lo tanto, el profesor trabaja desde su cuerpo etéreo al trabajar con la imitación. Previo a los años de la adolescencia, es el cuerpo astral del profesor el que contribuye al desarrollo de lo etéreo en

⁴ Rudolf Steiner, *Renewal of Education* by R. Steiner, Chapter 10 (Synthesis and Analysis in Human Nature and Education) Lecture given in Basel, May 5 1920.

⁵ Rudolf Steiner, *The Being of Man and His Future Evolution: Forgetting.* Lecture given in Berlin, November 2, 1908.

⁶ Rudolf Steiner, *The Education of the Child in the Light of Anthroposophy*, 1907. Discusses the birth of the human being's four bodies. These lectures were given eleven years before the start of the first Waldorf School.

⁷ A lo largo de este libro usaremos el término “profesor” en el sentido genérico, en lugar de “profesor/profesora”. Esto se hace para aligerar la lectura.

el estudiante. Después de eso, es el Ego del profesor el que ayuda a desarrollar un cuerpo astral saludable en los estudiantes.

Educando el “cuerpo etéreo liberado”

Durante los primeros siete años, las fuerzas etéreas fueron usadas para formar el cuerpo físico. Con el cambio de dientes, algunas de estas fuerzas son liberadas y se ponen a disposición del proceso de aprendizaje. La educación de este cuerpo etéreo liberado empieza en primer grado. Lo que se ha desarrollado inconscientemente en los primeros siete años florecerá en los siguientes siete años a través de nuestro trabajo en el aula. Después de los siete años podemos empezar a trabajar con las fuerzas etéreas liberadas y a nutrir el cuerpo astral. Lo que estamos tratando de cultivar es la memoria, hábitos duraderos, temperamentos, inclinaciones duraderas, y deseos perdurables.^{8 9}

Aclaremos lo que queremos dar a entender cuando decimos que necesitamos trabajar con el cuerpo etéreo del niño. Cuando la mayoría de profesores Waldorf piensa en trabajar con los cuerpos etéreos de los niños, se tiende a pensar principalmente en *ritmo*. Los profesores entonces dedican más tiempo y energía a las actividades rítmicas de la lección, en lugar de robustecer las fuerzas de la memoria.¹⁰ Cada mañana podemos escuchar en un colegio Waldorf muchas actividades rítmicas, la mayoría hechas por el profesor, en donde la clase entera lo sigue. Frecuentemente, en estos casos, los niños no trabajan lo suficiente de forma individual con el material.

Sin embargo, trabajar con el cuerpo etéreo liberado del niño tiene que ver más con la *memoria, hábitos e imaginación*. “La repetición plenamente consciente cultiva el verdadero impulso volitivo.”¹¹ En lugar de limitarse a contar de uno en uno cada día, el profesor debería también de trabajar con los alumnos contando las ventanas, los ojos, las narices, los dedos, las patas de las sillas, etc. “Una repetición más inconsciente cultiva el sentir.”¹²

Revisión y Práctica

En la Pedagogía Waldorf, la palabra “revisión” es usada de dos formas: (1) revisión diaria, la que ayuda al niño a recordar lo que se hizo durante la lección del día anterior, y (2) revisión del material que fue cubierto hace algún tiempo. Ambos son parte importante del proceso de aprendizaje. Desafortunadamente, ambos son frecuentemente ignorados o hechos de forma ineficiente, incluso en nuestros colegios Waldorf.

Respecto al primer significado de la palabra “revisión”, Rudolf Steiner enfatizó en su libro *El Estudio del Hombre* la importancia de que el profesor sea consciente al utilizar el sueño del niño como parte del proceso de aprendizaje. Este es un aspecto central de la pedagogía Waldorf. Por tanto, el profesor debe de revisar – traer de vuelta a la imaginación del niño – el material nuevo del día anterior. Al hacer esto, el profesor debería de revisar la lección del día anterior usando diferentes posibilidades. Por ejemplo, en primer grado, podemos re-agrupar 12 niños, y entonces al día siguiente durante la

⁸ Rudolf Steiner, *The Etheric Being in the Physical Human Being*. Lecture in Berlin, April 20, 1915 GA 157.

⁹ J. Bockmuehl, et.al., *Towards a Phenomenology of the Etheric World*. (pp 217-235).

¹⁰ Rudolf Steiner, *Memory Persephone, Education and Teaching as Preventative Medicine*. Excerpts from Chapter 6. Published by the Medical Section, Dornach, Switzerland, 2006.

¹¹ Rudolf Steiner, *Study of Man*. Stuttgart, August 21-September 5, 1919, Chapter 4.

¹² Rudolf Steiner, *Study of Man*. Stuttgart, August 21-September 5, 1919, Chapter 4.

revisión podríamos re-agrupar 12 sillas. Después podemos avanzar un poco más trabajando con un nuevo número.

El segundo significado de la palabra “revisión” tiene que ver con la palabra “práctica”; los niños deberían de practicar el material del presente bloque (cuando la clase está en un bloque de matemáticas), de bloques pasados, y de grados anteriores. En la cultura actual, pareciera haber menos paciencia para la revisión y la práctica. Los profesores de hoy en día dudan acerca de hacer que sus estudiantes practiquen mucho porque sienten que no es interesante para los estudiantes. Contrario a esto, nosotros creemos que la revisión y la práctica son de importancia vital para lecciones de matemáticas exitosas. Sin embargo, tome en cuenta que puede ser mejor permitir que el nuevo material que acaba de ser introducido en un bloque “duerma” hasta el siguiente bloque de matemáticas. Este material nuevo no es mencionado otra vez hasta el siguiente bloque de matemáticas, momento en el cual es revisado y practicado. Una vez que el bloque de matemáticas ha terminado (y la clase está en un bloque que no es de matemáticas), este material (de hace dos bloques) puede ser trabajado ocasionalmente en la práctica diaria de matemáticas de 10 minutos.

Los estudiantes sólo pueden aprender habilidades matemáticas a través de una revisión adecuada y sistemática, y a través de la práctica. El profesor necesita asegurarse de que los estudiantes revisen y practiquen tanto el material nuevo como los temas cubiertos en bloques anteriores. Respecto al aprendizaje permanente de un estudiante, el lema de un antiguo profesor era que esto debía de ser revisado al día siguiente, a la siguiente semana, el siguiente mes, y el siguiente año. ¡Esto es una revisión sistemática!

Sin embargo, asegúrese de que haya alegría durante el tiempo de práctica. Los problemas deben de ser interesantes; siempre debería de haber algo nuevo por descubrir.

Enseñando económicamente

En un colegio Waldorf somos capaces de enseñar menos horas de matemáticas de lo que se hace en lo prevaleciente, y aun así nuestros estudiantes obtienen buenos resultados, y usualmente se encuentran más adelantados que estudiantes de otros colegios. ¡Enseñamos económicamente! Esto es posible por una serie de razones. Antes que nada, el profesor Waldorf de grado se queda con su clase por varios años, lo que le permite desarrollar una relación más profunda con sus estudiantes, y le permite conocer mejor las fortalezas de los estudiantes, sus debilidades, y cómo es que aprenden. En un colegio Waldorf hacemos mucho más que enseñar habilidades. Desarrollamos capacidades en nuestros estudiantes. Empezando con los primeros grados, trabajamos para desarrollar las habilidades de observación de los estudiantes, lo que les permite relacionar más fácilmente una situación con otra, y de esta forma poder resolver más fácilmente un nuevo problema de matemáticas. ¡Estas son sólo unas cuantas de las razones por las cuales la educación Waldorf sobresale!

Un propósito más elevado

Rudolf Steiner habló sobre cómo las matemáticas son un entrenamiento para un pensamiento libre-de-los-sentidos. También habló de cómo la enseñanza apropiada de matemáticas es parte importante del desarrollo moral y espiritual del estudiante. Al desarrollar capacidades matemáticas en nuestros estudiantes, ayudamos a poner la fundación para el desarrollo espiritual posterior del estudiante.

“El estudiante de matemáticas tiene que deshacerse de todo pensamiento arbitrario y seguir únicamente las demandas del pensamiento. Al pensar de esta forma, las leyes del mundo espiritual

fluyen hacia él. Este pensamiento regulado conlleva a las verdades espirituales más elevadas.” -- Rudolf Steiner¹³

El profesor Waldorf de grado

Todos los profesores tienen una responsabilidad tremenda al vigilar el desarrollo de los niños en su clase. Adicionalmente, todos los profesores Waldorf tienen bastante libertad para decidir qué traer a su salón. No dependen de libros de texto; en lugar de eso, cada niño crea su propio cuaderno de la lección principal.¹⁴

Es importante que nosotros, como profesores Waldorf, seamos los autores de lo que ingresa a nuestro salón. Necesitamos tener claro por qué hacemos lo que hacemos. No deberíamos de hacer algo a ciegas, simplemente porque eso es lo que todos hacen. Necesitamos sentir qué es lo correcto para los estudiantes que están en frente nuestro. De esta forma nos adueñamos del currículo.

Estudio entre los miembros de la facultad

Como miembros de la facultad necesitamos estudiar Antroposofía. La enseñanza de matemáticas es uno de los instrumentos que usamos para ayudar a los niños en su desarrollo. El estudio del desarrollo del niño (como por ejemplo a través del estudio de los temperamentos, las polaridades y los sentidos), nos confiere una comprensión más profunda de los niños y nos inspira en nuestras lecciones de matemáticas. Esta es una parte esencial de ser un profesor Waldorf.

Imaginación y matemáticas

En la sociedad de hoy en día, la imaginación está asociada principalmente con la fantasía y no se le percibe como algo muy “útil”. Por lo tanto, no ha de sorprender que en la educación prevaleciente, el desarrollo de la imaginación del niño no sea considerado como importante. En contraste, la educación Waldorf mantiene que el desarrollo de la imaginación del niño es un aspecto central para el progreso integral del niño.

Hasta la edad de 13 o 14 años, el niño piensa principalmente en imágenes. Un niño entre seis a diez años piensa principalmente en imágenes. Si deseamos que estos niños trabajen con ganas, las imágenes los motivarán. Si queremos que aprendan fácilmente, entonces las imágenes los llevarán a que escuchen y recuerden. Cuando preparamos nuestras lecciones, deberíamos de preguntarnos: “¿He encontrado las imágenes apropiadas para lo que quiero que aprendan?”¹⁵

En términos de la enseñanza de matemáticas, lo imaginativo puede entretenerse en las lecciones, no sólo cuando contamos historias interesantes a los estudiantes, sino también cuando mostramos que la matemática es una actividad humana fascinante y creativa. De esta forma, las matemáticas pueden ser un trampolín para un pensamiento flexible y creativo.

¹³ Rudolf Steiner, *Spiritual Ground of Education*, lecture given at Oxford, August 21 1922, GA 305

¹⁴ Una *lección principal* en un colegio Waldorf es lo primero que ocurre en la mañana por alrededor de dos horas. Durante este tiempo pueden hacerse una variedad de actividades, pero la asignatura de la lección principal cambia más o menos cada cuatro semanas.

¹⁵ Else Göttgens, *Waldorf Education in Practice*. (En nuestra página web BIBLIOTECA WALDORF usted puede leer el libro de Else Göttgens).

“La imaginación es más importante que el conocimiento.
El conocimiento es limitado. La imaginación le da varias vueltas al mundo.”

-- Albert Einstein

¿Estarán preparados nuestros niños?

Preparación matemática para la escuela intermedia (sexto-séptimo-octavo grado), para la secundaria, y para la universidad

Frecuentemente escuchamos de padres de familia que están preocupados con las matemáticas de sus niños y que dicen: “¿Estarán preparados nuestros niños?” Esta es, en realidad, una pregunta justa. Nosotros podríamos responder entonces con otra pregunta: “¿Preparados para qué?” Generalmente, la ansiedad tiene que ver con que los niños se encuentren preparados para el siguiente paso – ya sea que este siguiente paso sea hacia la escuela intermedia, la secundaria, o la universidad. Y hoy en día, esta ansiedad acerca de “si estará preparado” pareciera llegar con niños de edades cada vez menores y menores.

Es un ejercicio interesante interrogar a un grupo de padres que tienen esta pregunta – y quizás también la ansiedad – de cómo es que creen luciría el tener a sus hijos bien preparados en matemáticas para el “siguiente paso”. Sorpresivamente, cuando se les presenta el tema de esta forma, los padres usualmente no hablan de la necesidad de que sus hijos aprendan una larga lista de habilidades matemáticas, ni tampoco dicen que para ellos sería importante que sus hijos estén más adelantados que otros.

Creemos que nuestros niños necesitan de cuatro ingredientes críticos para poder estar preparados para el siguiente paso en su educación matemática – ya sea hacia la escuela intermedia, la secundaria, o la universidad.

1. *Entusiasmo por querer aprender.* Es casi seguro que el entusiasmo y el amor por aprender matemáticas llevará muy lejos a cualquier estudiante. No importa qué tan buenas sean sus habilidades, ningún padre o profesor quiere que su niño se encuentre apático acerca de querer aprender.
2. *Habilidades de estudio.* El término “habilidades de estudio” es muy amplio; incluye organización, hábitos de trabajo, etc. En los primeros grados preparamos y sembramos las semillas para el trabajo en grados superiores al desarrollar buenos hábitos, los que incluyen: asegurarnos de que el alumno termine su trabajo, que su trabajo esté bien organizado, que se pueda leer, y que muestre interés y orgullo en su trabajo. Y, en esta misma dirección, deberíamos de preguntarnos: “¿Han aprendido cómo aprender, y tienen seguridad en sus habilidades para aprender material nuevo?”
3. *Pensamiento de alto nivel.* Demasiado frecuentemente en nuestro mundo actual, los estudiantes se gradúan de la secundaria y de la universidad siendo incapaces de pensar por sí mismos. Su pensamiento, incluso cuando hacen matemáticas, es en gran medida imitativo; pueden resolver problemas matemáticos siempre y cuando hayan visto algo similar antes. Como educadores Waldorf, nuestro objetivo es tener estudiantes que, cuando se gradúan de la secundaria, puedan pensar por sí mismos, de forma analítica, y esperamos que su pensamiento esté ligado a sus corazones y llenos de imaginación.

Una vez más, esto empieza en los primeros grados. Si no empezamos allí, será muy raro que logremos este objetivo en los grados superiores.

4. *Habilidades matemáticas básicas.* Sí, las habilidades son importantes. Si los estudiantes no dominan las habilidades básicas, no sentirán confianza para avanzar hacia adelante. Sin embargo, la lista de habilidades necesarias para el siguiente paso no es tan abrumadora como se nos quiere hacer creer...

Preparación para la vida

Por supuesto que la educación es mucho más que preparar a nuestros estudiantes en matemáticas para la escuela intermedia, la secundaria, o la universidad. Patrick Bassett, jefe de NAIS (National Association of Independent Schools), se hace la siguiente pregunta: “¿Cuáles son los valores y habilidades que serán necesarios para que los estudiantes logren tener éxito y prosperar en el siglo 21?”¹⁶

Para poder responder esta pregunta, Bassett se vale de varias fuentes, incluyendo: un estudio de la Universidad de Harvard; la comisión de educación del gobierno de los Estados Unidos; un reconocido instituto de investigación para la educación superior; las pruebas académicas de la industria; encuestas de opinión pública; el libro de Tony Wagner, *Seven Survival Skills (Siete Habilidades para la Sobrevivencia)*; y el libro de Howard Gardner, *Five Minds for the Future (Cinco Mentes para el Futuro)*. Lo que Bassett encuentra es un sorpresivo y alto nivel de congruencia entre todas estas fuentes tan distintas.

Al final, la lista de habilidades y valores necesarios para el siglo 21, que el mismo Bassett presenta, es:

1. *Carácter.* Esto incluye una variedad de cualidades, como auto-disciplina, empatía, integridad, resistencia, coraje, etc.
2. *Creatividad.* Está de más decir que un currículo en el que se integran las artes está desarrollando la creatividad en sus estudiantes. Pero es importante que nuestra educación ayude también a desarrollar el pensamiento creativo. Más tarde en la vida, esta cualidad se manifiesta a sí misma como adaptabilidad y el desarrollo de un espíritu empresarial.
3. *Pensamiento crítico.* Esto incluye la resolución de problemas, la habilidad de analizar información (filtrar, analizar, y sintetizar), de cuestionar lo que se nos “dice” en los medios de comunicación, y el pensar por uno mismo.
4. *Comunicación.* Esto es más que simplemente leer y escribir. Bassett aclara que el énfasis aquí es en la capacidad de poder hablar en público. Sin embargo, en el mundo de la información de hoy en día, con medios de comunicación y pantallas de computadoras, los niños (¡y los adultos!) están perdiendo las habilidades de poder hablar articuladamente. Piense en lo beneficioso que es que los estudiantes se paren y hablen frente a una audiencia año tras año – ya sea que se trate de una obra de teatro, o de una asamblea general en la escuela.
5. *Trabajo en equipo.* La habilidad de las personas para trabajar juntas de forma productiva y colaborativa se ha vuelto más importante que nunca. ¡Y a los jóvenes de hoy en día les encanta trabajar en grupos!
6. *Liderazgo.* En la actualidad, quizás más que nunca, el mundo necesita de líderes que inspiren, que tengan valores sólidos, y el coraje y voluntad para “defender aquello que es bueno”.

¹⁶ Patrick Bassett, *Demonstration of Learning for 21st Century Schools*, Independent Perspective (Journal), Fall 2009.

Creemos que estos seis valores y habilidades hablan acerca de la fortaleza (¡y necesidad!) de la educación Waldorf.

Los Principales Temas en Matemáticas

Grados 1 – 4: Desarrollando un sentido por el número

En estos primeros grados no hay que tratar de dominar las habilidades para desarrollar procedimientos por escrito (como por ejemplo la aritmética vertical y los cálculos con fracciones), a pesar de que estos procedimientos fueron introducidos en el tercer y cuarto grado. De primero a cuarto grado se busca desarrollar un sentido por el número. Las habilidades para desarrollar procedimientos por escrito se pueden solidificar al empezar el quinto grado.

Grados 5 – 6: Consolidando habilidades

En el quinto y sexto grado consolidamos las habilidades que fueron introducidas en grados anteriores, y dominamos las habilidades de desarrollo de procedimientos por escrito, como el hacer problemas de aritmética de forma vertical (llevar en la adición, prestarse en la sustracción, multiplicaciones largas, y divisiones largas) y el hacer aritmética con fracciones. En el sexto grado también se ven las interconexiones en matemáticas (como la relación entre fracciones, decimales, porcentajes y división).

Grados 7 – 9: Desarrollando el pensamiento abstracto

Este es también el tiempo para desarrollar la confianza en el pensamiento propio. Séptimo grado es el “ojo de la aguja” – generalmente es aquí cuando la relación del estudiante con las matemáticas se determina para el resto de la secundaria y en adelante.

Grados 10 – 12: Desarrollando el pensamiento lógico, analítico, y sintético

Si todos los cimientos se pusieron apropiadamente, entonces aquí es cuando vemos verdaderamente los frutos de todo el arduo trabajo anterior que se hizo durante la educación del niño. Lo académico, “las matemáticas verdaderas”, y el pensamiento independiente, todos pueden realmente “despegar” a fines de la secundaria conforme el estudiante empieza a encontrar su propia identidad y destino.

¿Qué habilidades matemáticas se requieren de verdad?

Los educadores de matemáticas están generalmente de acuerdo con el hecho de que se pone demasiado énfasis en las habilidades para desarrollar procedimientos en la educación de matemáticas de hoy en día. Ellos dicen que necesitamos encontrar más tiempo para desarrollar habilidades que resuelvan problemas (algo que se empieza en los primeros grados, pero que se vuelve más importante más tarde), y para desarrollar capacidades para el pensamiento creativo. Sin embargo, muchos profesores se quejan de que nunca hay tiempo suficiente para estos “extras”. Empezamos a sentir que hay una cantidad abrumadora de material que los estudiantes tienen que aprender y, de no aprender todo esto, no estarán listos para el siguiente nivel. Como lo dijimos anteriormente, en realidad la lista de habilidades es relativamente corta.

(Nota: Las listas de abajo son simplemente puntos de referencia para intervalos de dos años. Cualquier habilidad nombrada bajo un cierto año, podría muy bien ser aprendida un año antes.)

Habilidades que se requieren hacia fines del cuarto grado

1. Hechos aritméticos aprendidos de memoria. Hacia fines del tercer grado, los estudiantes deberían de saber todos los hechos aritméticos (incluyendo adición, sustracción, multiplicación, y división) de memoria. El trabajo en el cuarto grado es simplemente reforzar lo que se aprendió anteriormente. (Ver *Aprendiendo los Hechos Aritméticos de Memoria* más abajo.)
2. Sentido por el Número. El enseñar a los niños a que tengan un “sentido por el número” es muy importante, pero no es algo que viene fácil o que puede ser enseñado directamente. (Ver *Desarrollando un Sentido por el Número* más abajo.)

¿Y qué pasa con el resto de habilidades? Nuestra respuesta a esta pregunta podrá parecer chocante o placenteramente sorprendente. Las habilidades para desarrollar procedimientos por escrito no necesitan ser dominadas antes del quinto grado. La palabra clave aquí es “dominadas”. Por supuesto que muchas de estas habilidades de desarrollo de procedimientos deberían de ser introducidas antes del quinto grado.

Habilidades que se requieren hacia fines del sexto grado

Nota: varias de las habilidades mencionadas más abajo pueden introducirse antes, pero deberían de ser dominadas (después de una breve revisión) hacia fines del sexto grado.

1. Las cuatro operaciones. Esto incluye la aritmética vertical (llevar, prestar, multiplicación larga, división larga), que de hecho fueron introducidas en los grados previos, pero que no fueron completamente dominadas hasta el quinto grado por la mayoría de estudiantes. En el caso de problemas más complicados, el dominio completo no será alcanzado por ciertos alumnos sino hacia fines del sexto grado.
2. Fracciones y decimales. Las fracciones son introducidas en el cuarto grado, pero una práctica metódica con fracciones recién empieza en el quinto grado. Tomará gran parte del sexto grado antes de que la mayoría de los estudiantes pueda sentirse a gusto con las fracciones. Los decimales deberían de comprenderse fácilmente si es que el trabajo con las fracciones se hizo adecuadamente.
3. Medición. La medición es introducida en el tercer grado como una lección principal, revisada y practicada en el cuarto grado, y después el sistema métrico es introducido en el quinto grado. Los estudiantes deberían de dominar las conversiones simples tanto en el sistema de los EEUU (por ejemplo, ¿Cuántas onzas hay en 3 libras?) y el sistema métrico (por ejemplo, ¿Cuántos metros hay en 5.8 cm?). La estimación de medidas es también una habilidad importante de aprender.
4. Estimar. Por ejemplo, estimar que 573×42 es aproximadamente 24,000.

Habilidades que se requieren hacia fines del octavo grado

Nota: varias de las habilidades mencionadas más abajo pueden introducirse antes, pero deberían de ser dominadas (después de una breve revisión) hacia fines del octavo grado.

1. Porcentajes. Los porcentajes deberían de ser brevemente introducidos en el sexto grado, revisados y extendidos en el séptimo grado (¡pero todavía mantenidos bastante simples!), y entonces realmente desarrollados y solidificados en el octavo grado.
2. Ratios y proporciones. Los ratios y proporciones son un tema importante en las matemáticas del séptimo y octavo grado.
3. Álgebra básica. Esto incluye números con signo, fórmulas, y ecuaciones básicas (ejemplo: $8 - x + 3 = 2x - 7 - 9x$).
4. Medición. Esto incluye problemas básicos con área (ejemplo: área de un círculo) y volumen (ejemplo: área de un cubo).
5. Análisis dimensional. Esto consiste principalmente en conversiones entre el sistema de Estados Unidos y el sistema métrico (ejemplo: ¿cuánto es 5.2 cm en pulgadas?). Los estudiantes deberían de ser capaces de usar una tabla de conversión para ayudarse con estos cálculos.

En la clase de matemáticas

Dos tipos de temas: Habilidades y Experiencias Matemáticas

Como profesores, es muy natural que nuestras propias experiencias influyan profundamente en nuestra visión de las matemáticas. Nuestra educación formal de matemáticas operó principalmente de esta forma: el profesor explicaba un concepto nuevo; el profesor daba algunos ejemplos para resolver problemas con este tema nuevo; en la tarea practicábamos problemas nuevos; después de un tiempo se nos tomaba un examen; y, un tiempo más tarde, el tema se revisaba. A pesar de todo el trabajo hecho con métodos de enseñanza en matemáticas, y de los muchos experimentos con el currículo de matemáticas, este modelo de enseñanza de matemáticas es el prevaleciente hoy en día, desde la escuela primaria hasta el post-grado. En muchos casos este modelo de enseñanza de matemáticas es apropiado y efectivo; en muchos casos no lo es.

Este método de enseñanza de matemáticas se concentra completamente en habilidades. Probablemente sea muy útil entre el séptimo y el noveno grado. Durante los primeros años, este enfoque basado-en-habilidades debería de ser usado con moderación. En los años posteriores (últimos años de secundaria y más allá), debería de promoverse el que los estudiantes piensen más por sí mismos, y no limitarlos a imitar a su profesor.

Como profesores, pensamos a veces que los estudiantes tienen que “aprender” todo lo que les enseñamos – que todo debería de ser aprendido, examinado, y retenido. Sin embargo, esto no es cierto. Puede ayudarnos si consideramos que los temas de matemáticas pueden ser divididos en dos categorías: *habilidades* (ejemplo: material que necesita ser dominado) y *experiencias matemáticas*.

Habilidades (un tema que necesita ser dominado). Aquí el profesor necesita crear una danza entre introducir, profundizar, practicar, dejar descansar, y revisar. Cuanto más grande sea el tema (ejemplo: fracciones), mayor será el número de veces que se le tenga que poner a dormir, y más tarde volver a ser revisado. Es bastante típico que en un año se introduzcan las habilidades de un tema, pero que los estudiantes no lo dominen sino hasta el siguiente año, o hasta dos años después.

Experiencias matemáticas. En una experiencia matemática “pura” generalmente no hay expectativas de que el estudiante recuerde el tema o de que lo aprenda como una habilidad. Dentro de esta categoría se encuentran los problemas con acertijos, “Asombro por el Número”, números bases (8vo grado), y una variedad de temas geométricos. Enseñamos estos temas porque estiran la mente de nuestros estudiantes, enseñándoles a pensar matemáticamente, y generan entusiasmo y asombro por las matemáticas.

Y, por supuesto, tendríamos que reconocer que muchos temas pueden ser considerados como una mezcla de habilidades y experiencias matemáticas.

Aprendiendo los hechos aritméticos¹⁷

A menudo, los estudiantes que ingresan al sexto grado son demasiado lentos con los procedimientos aritméticos (ejemplo: división larga, multiplicación), simplemente porque no conocen sus hechos aritméticos. Esto no debería de ocurrir.

El conocer los hechos aritméticos no tiene nada que ver con qué tan “inteligente” es un estudiante. En realidad, es la falta de confianza en sí mismo lo que frecuentemente causa que a los estudiantes no les vaya bien en matemáticas durante sus años intermedios y superiores. Esta falta de confianza generalmente empieza cuando no conocen los hechos matemáticos, lo que los conduce a *pensar* que ellos deben de ser malos en matemáticas, y al final acaban convirtiéndose en profetas de su propio fracaso.

Hay una ventana bastante estrecha – el centro de la cual se encuentra entre segundo y tercer grado – para aprender los hechos aritméticos. Es mucho más difícil aprender estos hechos de memoria después del cuarto grado.

Entonces, ¿cómo podemos lograr nuestro objetivo de que todos nuestros estudiantes aprendan sus hechos aritméticos de memoria hacia finales del tercer grado? La verdadera llave para lograr este objetivo es el trabajar sistemática y creativamente con los niños desde el primer grado. También, para ayudar en este esfuerzo, hemos preparado *hojas de práctica de los hechos aritméticos* que pueden ser usadas en el tercer grado, y también hemos preparado hojas de práctica para revisar y aumentar la velocidad de los niños de cuarto y quinto grado. Estas hojas pueden ser descargadas gratuitamente de nuestra página web: www.meaningfulmathbooks.com

Para mayores detalles, asegúrese de leer las siguientes dos secciones de este libro:

- *Una Progresión Paso-a-Paso de los Hechos Aritméticos* (en el Apéndice).
- *Todo acerca de las Hojas de Práctica de los Hechos Aritméticos para el Tercer Grado* (bajo *Más Ideas para la Enseñanza de Matemáticas en el Tercer Grado*).

Problemas con palabras

A veces, los problemas con palabras se consideran más importantes de lo que realmente son. Algunos dicen que los problemas con palabras muestran cómo las matemáticas pueden ser útiles en el mundo real, y que los problemas con palabras ayudan a desarrollar habilidades para resolver

¹⁷ A lo largo del libro, el término “hechos aritméticos” se refiere a todos los hechos básicos que deberían de ser aprendidos de memoria, incluyendo los hechos de adición (hasta $18 = 9 + 9$), los hechos de sustracción correspondientes, los hechos de multiplicación hasta la tabla del 12 (por supuesto, ya no en uso), y los hechos correspondientes de división.

problemas. Ninguna de estas asunciones es necesariamente cierta. En realidad, muchos estudiantes (especialmente en los grados superiores) aprenden rápidamente a detestar los problemas con palabras; se bloquean apenas ven un problema con palabras.

Hay muchos tipos diferentes de problemas con palabras, y muchos niveles. Ayuda el tener en cuenta que las habilidades para el pensamiento crítico, necesarias para una verdadera resolución de problemas, sólo florecen hacia finales de la secundaria.

Lo que queremos dar a entender no es que los problemas con palabras tengan que ser evitados hasta la secundaria. Los problemas con palabras tienen que estar presentes en el aula, empezando en primer grado, a través de historias e imágenes. ¡Pero tenemos que tener mucho cuidado! Hay que tener en mente el propósito pedagógico de los problemas con palabras. Los problemas con palabras pueden ayudar a que los estudiantes perciban la interconexión con el lenguaje – cómo el español puede ser usado para expresar un problema de matemáticas. Los problemas con palabras – si son bien elegidos – pueden mostrar cómo las matemáticas aparecen en la vida diaria. Necesitamos considerar cuidadosamente cómo traer problemas con palabras de una forma que no sea traumática. ¡Manténgalo simple, hágalo divertido!

Aritmética mental

Con la expresión “aritmética mental” nos referimos a calcular dentro de la cabeza, sin escribir el trabajo. Creemos que el uso de calculadoras antes del octavo grado es contraproducente pues debilita la habilidad de los estudiantes para realizar aritmética mental. La aritmética mental es una habilidad importante a ser desarrollada entre primer y sexto grado. La aritmética mental también ayuda a fortalecer el *sentido por el número* de los estudiantes.

La aritmética mental se puede trabajar de una variedad de formas: oralmente con toda la clase, o individualmente sobre un papel (ejemplo: las hojas de práctica de los hechos aritméticos). Podría ser usada para practicar habilidades (hechos aritméticos en el tercer o cuarto grado, o prácticas simples con fracciones en el cuarto grado), o podría enfocarse en simplemente desarrollar la habilidad de trabajar con números en la cabeza. Como una indicación, la aritmética mental debería de ser practicada diariamente por 10 minutos o menos. Ejemplos de cálculos de aritmética mental son:

- Hechos aritméticos. Antes del cuarto grado, gran parte de la aritmética mental puede consistir en la práctica de hechos aritméticos.
- Viajes con números. Por ejemplo, cuánto es 5 más 8, menos 3, por 6, dividido entre 2, dividido entre 5?
- Conteo hacia atrás. Esto es de mucha utilidad en los primeros grados. Pero incluso en cuarto y quinto grado puede ser de utilidad pedir a los estudiantes que digan los cinco números anteriores a un número particularmente grande (por ejemplo, 3780).
- Recordar números grandes. Esto es especialmente bueno a partir del cuarto grado y en adelante. Escoja un problema que pueda ser hecho en papel de forma fácil, y haga que lo realicen en su cabeza. Esto requiere de mucha concentración y memoria. Ejemplos: $78 + 28$; $234 + 38$; $612 - 67$.
- Sustraer de 100, 1000, etc. Esta es una buena práctica empezando en el tercer grado. Ejemplos: $100 - 35$; $100 - 72$; $600 - 32$; $1000 - 222$; $500 - 374$; $1,000,000 - 36$.
- “Cortando camino” con la aritmética mental. En nuestros cuadernos de trabajo para el sexto y séptimo grado, hay 27 formas de cortar camino al calcular (a las cuales nos referimos como “trucos”). Algunos de

los más simples se pueden hacer en el cuarto y quinto grado. Ejemplos: 300×5 , 30×50 , y 4.82×10 . Sin embargo, es importante que se guíe a los estudiantes hacia una comprensión del por qué el truco funciona. (Ver *¡Cuidado con los trucos!* bajo *El arte de enseñar matemáticas* más abajo.)

Un poco de precaución. Existe la tendencia entre algunos estudiantes a rendirse ante la aritmética mental, de la misma forma como ocurre con los problemas con palabras. Aquí se aplican las mismas reglas: ¡manténgalo simple, y hágalo divertido! Sin embargo, sería bueno si se reta a los estudiantes con un problema difícil al final.

Desarrollando un “Sentido por el Número”

El desarrollar un sentido por el número entre los estudiantes en un objetivo importante en los primeros grados. Sin embargo, esto es muy difícil.

Pareciera como si algunos estudiantes nacieran con un sentido natural por el número. Y pareciera como si otros estudiantes nunca lograran desarrollar un verdadero sentido por el número, ni tampoco pudiesen pensar matemáticamente. No obstante, y frecuentemente, cuando dejamos que el currículo los penetre, y permitimos que el estudiante se mueva lentamente en su trabajo de matemáticas – mientras que permanecemos pacientes y no ansiosos – entonces un día (quizás en cuarto o quinto grado), nos sorprenderemos plazeramente al ver que este estudiante ha sido capaz de desarrollar un modesto sentido por el número y una relación sana con las matemáticas.

Ciertamente, algunas de las cosas que hacemos en nuestras lecciones de matemáticas (como por ejemplo la aritmética mental), ayudan a desarrollar un sentido por el número entre los niños. Sin embargo, y de forma tan importante pero menos comprendida, está todo aquello que deberíamos de evitar. Lo que se presenta a continuación es una lista incompleta de las cosas que pueden ayudar a desarrollar un sentido por el número entre sus estudiantes:

- Aritmética mental todos los días. Empezando en el segundo grado, esta puede ser la mejor manera de mejorar directamente el sentido por el número de los estudiantes.
- Dictado de números. Aprender a leer y escribir números que vayan hasta los millones.
- Estimando. Empezando en el primer grado se puede estimar el número de manzanas en una canasta, o el número de personas en un cuarto, continuando en segundo grado con estimados cada vez más grandes, estimando medidas en el tercer grado, y estimando respuestas a problemas difíciles de aritmética vertical – estimar es una forma muy buena de fortalecer el sentido por el número en los estudiantes.
- No hay que forzar la memorización de hechos aritméticos a una edad muy temprana. Frecuentemente, padres y profesores se ponen nerviosos cuando ven que los niños usan sus dedos para calcular. La verdadera pregunta aquí es: ¿hasta qué edad es aceptable contar con los dedos, y cuándo un estudiante ya no debería de hacer esto? Creemos que puede ser positivo usar los dedos para calcular en segundo y tercer grado (y quizás hasta en cuarto grado para algunos estudiantes); esto puede significar que el niño está pensando, lo que en términos generales es bueno para desarrollar un sentido por el número. Si es que el niño memorizara estos hechos aritméticos en segundo grado, entonces perdería los beneficios de “aprenderlo por sí mismo” (por ejemplo, en lugar de memorizar $8 + 5 =$, él piensa, “de 8, subo 2 y llego a

10, y entonces otros 3 para llegar a 13"). ¡Esto puede hacer maravillas para desarrollar un sentido por el número!

- Permita métodos diferentes. Cuando se muestran diferentes métodos para hacer cálculos, los estudiantes aprenden a ser flexibles y creativos en su pensamiento, lo que puede ayudar a desarrollar un sentido por el número. Por supuesto, se requiere de balance. Si sólo mostramos un método para resolver un problema, entonces los estudiantes pueden volverse inflexibles en su pensamiento. El otro extremo sería mostrar diferentes métodos para resolver cada problema, lo cual puede confundir y abrumar a muchos estudiantes. (Ver también *Desarrollando Flexibilidad en el Pensamiento* más abajo).
- Manténgase en lo horizontal durante el mayor tiempo posible. Creemos que esto es muy importante. Demasiado seguido se entrena a los estudiantes a una edad muy temprana para que escriban todos los problemas de matemáticas de forma vertical. Cuando: $85 - 73$, y $65 + 18$, se escriben verticalmente, en lugar de *pensar* sobre los dos números dados y tratar de imaginarse la respuesta – lo que por supuesto ayuda a desarrollar un sentido por el número – el problema se reduce a un problema de “llevar” o “prestar”, y el estudiante sólo trabaja con columnas de números. Por lo tanto, recomendamos que el “llevar” o “prestar” *no* se introduzcan sino hasta tercer grado. Incluso, después de que el “llevar” o “prestar” fueron introducidos, es importante que los estudiantes continúen haciendo aritmética de forma horizontal (con las hojas de práctica, y oralmente con la aritmética mental).
- Minimice los procedimientos ciegos. Relacionado con lo que se acaba de decir líneas arriba... en general, aquellos procedimientos en los que los niños siguen pasos de forma ciega inhiben el desarrollo de un sentido por el número. Esto no significa que estos procedimientos (prestarse, división larga, aritmética con fracciones, etc.) no deban de hacerse en lo absoluto. Pero esta puede ser una razón para retrasar la introducción de estos procedimientos, e incluso después de que uno de estos procedimientos ha sido introducido, deberíamos de tener cuidado de no poner demasiado énfasis en esto. Tenemos que asegurarnos de que los estudiantes todavía mantengan su habilidad para calcular como en los “viejos tiempos” (ejemplo: aritmética horizontal y aritmética mental). (Ver también *Haciendo de las matemáticas un procedimiento* más arriba.)
- Cuando tenga dudas, ¡espere! En términos generales, cuando un tema es introducido antes de que los estudiantes estén listos en su desarrollo, tenderán a seguir el procedimiento sin comprender realmente lo que están haciendo. En lugar de preguntarnos: “¿Qué tan rápido puedo lograr que los niños aprendan este tema?”, deberíamos de preguntarnos: “¿Están los niños listos en su desarrollo para recibir este tema?”
- Permita que descubran. Hay muchas oportunidades en las que es perfectamente apropiado que el profesor muestre a la clase cómo hacer algo en matemáticas, y después dejar que los niños lo practiquen. Sin embargo, es importante buscar oportunidades en las que los estudiantes puedan descubrir cosas por sí mismos. Cuando los estudiantes descubren cosas por sí solos, se enciende su entusiasmo por aprender, y el material se vuelve más significativo. Esto también ayuda a desarrollar flexibilidad en su pensamiento, y ayuda a desarrollar un sentido por el número. Ejemplos incluyen:
 - * En la adición y multiplicación (alrededor del segundo grado), que los niños descubran que los términos pueden revertirse y que el resultado será el mismo. (6×10 es lo mismo que 10×6 .)
 - * Cuando se multiplica con ceros (alrededor del cuarto grado), comprender que los ceros pueden ser ignorados y añadidos más tarde. (40×70 , 400×7 , y 4×700 son todos igual a 2800.)

* Cuando sustraemos dos números grandes (empezando alrededor del segundo grado), podemos añadir en lugar de sustraer para llegar a la respuesta. (Ejemplo: $73 - 68$, podemos pensarlo como el avanzar dos pasos de 68 a 70, y después 3 pasos del 70 al 73. Nuestra respuesta entonces es $2 + 3$, lo que es igual a 5.)

* Cuando lidiamos con problemas de costo (alrededor del quinto grado), podemos determinar primero el costo unitario de un artículo y después usar esto para determinar el precio de un cierto número de estos artículos. (Por ejemplo, si 5 naranjas se venden a 75 centavos, entonces primero calculamos el costo unitario de 15 centavos por naranja, y después sabremos que el costo de 8 naranjas será de 15×8 , es decir \$1.20.)

El arte de enseñar matemáticas

Los tres mitos de las matemáticas

Mito # 1. *Sólo las personas que nacieron con habilidad matemática pueden llegar a ser buenas en matemáticas.* En realidad, el trabajo arduo puede ayudar a desarrollar la habilidad matemática. En estos casos, un estudiante de grados superiores, al que se le percibe como fuerte en matemáticas, podría alguna vez haber tenido dificultades con las matemáticas. De otro lado, puede ocurrir que un estudiante que tenía una fuerte habilidad matemática pero que nunca la trabajó, termine siendo bastante débil en matemáticas.

Mito # 2. *La confusión es mala.* En realidad, la confusión es parte del aprendizaje de las matemáticas. Cada vez que aprendemos un nuevo tema en matemáticas, tenemos que atravesar por un período de confusión antes de ganar claridad. Una diferencia clave entre un estudiante considerado fuerte en matemáticas y un estudiante que batalla, es que generalmente el estudiante fuerte se siente muy cómodo cuando atraviesa por un período de confusión hasta que llega a la claridad, mientras que el estudiante que batalla generalmente se frustra y se encapsula. (Ver también *Trabajando con Estudiantes que Batallan* más abajo.)

Mito # 3. *El olvidarse es malo.* En realidad, el olvidarse es parte importante del aprendizaje. A veces podemos pensar como profesores (quizás inconscientemente) de que si hemos enseñado algo bien, entonces los estudiantes lo aprenderán y nunca se lo olvidarán. En la educación Waldorf creemos que es importante trabajar con el sueño de los estudiantes. Es bueno y normal que los estudiantes olviden algo que les fue enseñado. Y si queremos que sea algo que los estudiantes aprendan de forma permanente, entonces tenemos que revisarlo. De hecho, podemos decir que para que un tema importante sea aprendido de forma permanente, ¡uno tiene que olvidarlo tres veces!

¿Qué se requiere para ser un buen profesor de matemáticas?

Muchos profesores de grado tienen poca confianza en sus propias habilidades matemáticas, y en algunos casos tuvieron experiencias traumáticas cuando fueron al colegio. Frecuentemente, esto resulta en el desarrollo de una antipatía hacia las matemáticas por parte del profesor. Sin embargo, el que un profesor haya tenido malas experiencias con las matemáticas en su propia educación, puede convertirse en una ventaja cuando enseña. Este profesor puede sentirse motivado para “hacerlo de

forma diferente”, y finalmente puede llegar a tener la determinación como para encontrar un camino que asegure que la clase no vaya a tener la misma experiencia negativa. Adicionalmente, si este profesor logra encontrar un camino para superar su antipatía hacia las matemáticas, entonces este profesor podrá encontrar una nueva alegría en las matemáticas, la cual resultará en un entusiasmo maravilloso cuando presente las lecciones de matemáticas a los niños.

Aun así, deberíamos de responder la pregunta: “¿Qué se requiere para ser un buen profesor de matemáticas?” Creemos que la siguiente lista incluye los elementos más críticos:

- El profesor necesita ser entusiasta acerca del aprendizaje de matemáticas. Para muchos profesores, esto equivale a encontrar una nueva relación con las matemáticas. ¡Qué maravilloso darse cuenta de que las matemáticas pueden ser interesantes y gratificantes!
- El profesor necesita ser capaz de presentar el material de forma efectiva. Esto es el arte de la enseñanza.
- El profesor necesita tiempo adecuado para preparar sus lecciones de matemáticas. Este es el punto más importante para muchos profesores. Con todo lo que se demanda de un profesor de grado, frecuentemente no queda tiempo suficiente como para prepararse adecuadamente para las lecciones de matemáticas.
- El profesor tiene que tener una relación saludable con los estudiantes. Esto ayuda a crear un ambiente seguro y confortable para los estudiantes.

Por supuesto que debería de observarse que la lista de arriba se aplica en realidad a cualquier asignatura; las matemáticas no son diferentes en este sentido.

Comunicación con los padres

El carácter, compromiso, y actitudes de cualquier grupo de padres puede variar mucho de un colegio a otro, e incluso de clase a clase. Los intereses y preocupaciones de un colegio pionero son muy diferentes de los de un colegio bien establecido. Una comunicación clara es de vital importancia para cualquier colegio. Sin embargo, dado que los colegios Waldorf tienden a atraer a padres bastante críticos, la comunicación tiene que ser aún mejor que en otros lugares. Sin embargo, generalmente esto no es el caso. A menudo, los problemas en muchos colegios Waldorf empeoran debido a la falta de comunicación. Más de un profesor Waldorf ha sido expulsado por padres furiosos.

Los padres necesitan estar informados acerca de lo que hacemos los profesores y acerca de cómo lo estamos haciendo. Además del simple intercambio de información, se requieren canales de comunicación claros que permitan a los padres expresar sus preocupaciones, y que permitan la discusión y resolución de conflictos. Todo esto puede parecer obvio, pero es más fácil decirlo que hacerlo.

En términos de nuestro rol como profesor de grado, necesitamos mantener a los padres informados acerca de lo que está ocurriendo en nuestro salón. Esto es particularmente importante cuando hacemos algo fuera de lo común – diferente de lo que los padres podrían esperar. Por ejemplo, en segundo grado sería bueno informar a los padres el *por qué* queremos mantener la forma horizontal en la adición y en la sustracción, y el *por qué* no introducimos el llevar y el prestarse sino hasta tercer grado.

Enseñando los “Grandes Temas”

Dado que nuestro foco principal entre el primer y cuarto grado es (1) desarrollar un sentido por el número, y (2) que los estudiantes aprendan sus hechos aritméticos de memoria, mucho de lo que se diga aquí en referencia a los “grandes temas” (ejemplo: fracciones, porcentajes, álgebra, etc.) tiene que ver más con el quinto grado y grados subsiguientes. En breve, hay dos errores comunes cuando se enseñan los “grandes temas”:

Mucho y demasiado pronto. Reiteradamente se dice que “cuarto grado es el año de las fracciones”; “quinto grado el año de los decimales”, etc. Los profesores quedan así confundidos y piensan que ese único tema debería de ser el punto central y dominar las lecciones de matemáticas durante todo el año. Tomemos el ejemplo de las fracciones en el cuarto grado. Claro que es importante introducir las fracciones en el cuarto grado. Muchos profesores hacen esto bien. Pero muchas veces, gran parte del resto del año consiste en profundizar más y más en fracciones y, entonces, después de un tiempo, gran parte de la clase se ahoga. Pueda ser que no se reconozca que muchos se están ahogando porque en la superficie están “haciendo” muchos problemas de fracciones y obteniendo respuestas correctas. Por ejemplo, se les puede haber enseñado un método para que sigan un procedimiento y resuelvan un problema como $7 \frac{1}{4} - 2 \frac{2}{3}$, pero generalmente se “pierden” en el proceso (aun cuando ejecutan correctamente todos los pasos y obtienen la respuesta acertada), porque pierden de vista lo que es el problema en realidad. Lo que se debería de buscar en realidad en el cuarto grado es el desarrollo de entusiasmo por las fracciones, y que los estudiantes comprendan realmente los conceptos fundamentales de las fracciones. Los aspectos más complicados pueden ser cubiertos en los años siguientes.

Insuficiente seguimiento y revisión. Frecuentemente, los profesores Waldorf hacen un trabajo excelente al introducir un tema de forma muy reflexiva y creativa, pero después lo dejan flotando en el aire – para siempre. La medición es un ejemplo clásico. En el tercer grado se imparte una lección principal maravillosa sobre medición, y después no se le vuelve a tocar hasta la escuela intermedia (sexto, séptimo, octavo grado), cuando debería de haber sido revisada y profundizada cada año (quizás sólo brevemente). Si queremos que los estudiantes aprendan algo de forma permanente, entonces necesitamos crear una “danza” entre el introducir, profundizar, practicar, dormir, y revisar.

Programar la introducción de un nuevo tema

Con frecuencia, cuando se le pregunta a un profesor, “¿Por qué enseña ese tema a sus estudiantes y por qué en ese momento?” la respuesta es, “Porque todos lo hacen así”. Un ejemplo es el prestarse en la sustracción. La mayoría de profesores introducen el prestarse en segundo grado (y hacen que los niños lo practiquen mucho). ¿Por qué? “Porque todos lo hacen así.” En lugar de eso deberíamos de preguntarnos, “¿Cuándo es el mejor momento para introducir el prestarse?”

Si un tema se introduce demasiado pronto, o si se estudia a profundidad antes de tiempo, entonces es muy probable que ocurran dos cosas: que muchos estudiantes de la clase queden rezagados, y que los que podían ejecutarlo terminen haciendo las cosas de forma mecánica, sin comprender lo que están haciendo. Ellos se limitarán a seguir procedimientos ciegos en lugar de desarrollar estrategias, en lugar de desarrollar habilidades aritméticas mentales, y en lugar de desarrollar flexibilidad en el pensamiento. El otro extremo – introducir un tema demasiado tarde – también es problemático. Es mejor mantenerse en el medio y buscar el momento apropiado durante el desarrollo de los niños para presentarles un cierto tema. Entonces aprenderán el material mejor, en menos tiempo, y con mucho entusiasmo.

Deberíamos de acostumbrarnos a hacernos la pregunta, “¿Por qué hacemos lo que hacemos y cuándo deberíamos de hacerlo?” Como profesores necesitamos ser capaces de encontrar una

respuesta a esta importante pregunta, tanto para nosotros mismos como para nuestros colegas y padres. Nuestras respuestas deberían de estar bien sustentadas en los principios pedagógicos de la educación Waldorf, y acordes con la etapa de desarrollo y necesidades de los niños.

Estructura de la Clase Principal

La clase principal es lo central de la educación Waldorf. En términos generales, las siguientes ideas son algunas de las principales a tomar en cuenta cuando elaboramos una lección principal para el día:

El ritmo de las actividades diarias puede ser algo así (observe que los tiempos pueden variar):

- *Saludo*. Este es el momento para darle la mano a los niños, y para tener un (quizás breve) intercambio con cada niño antes de que empiece el día. (Tiempo: 10 minutos)
- *Calentamiento*. Esto puede incluir un verso matinal, canciones, el recitar poemas, ejercicios rítmicos, y otros ejercicios relacionados con la asignatura de la lección principal. El tiempo para todo este calentamiento no debería de exceder 25 minutos en el primer grado, y aún menos en grados superiores.¹⁸
- *Revisión diaria*. El componente de revisión debería de generar entusiasmo respecto a lo que se escuchó el día anterior. Después podemos construir algo nuevo sobre la base de esta revisión. (Tiempo: 10 minutos)
- *Material nuevo*. ¡Cada día los estudiantes deberían de experimentar algo nuevo, aunque sea algo pequeño! (Tiempo: 15 minutos)
- *Practicar*. Durante cualquier lección principal de matemáticas deberíamos de incluir la práctica diaria del material del bloque actual, de los bloques previos, y de los grados previos. (Tiempo: alrededor de 30 minutos, más en cuarto y quinto grado, menos en grados inferiores.)
- *Trabajo en el cuaderno de la lección principal*. Los niños deberían de trabajar con material de días previos y crear un trabajo hermoso del que puedan enorgullecerse. (Tiempo: 20 minutos)
- *Contar una historia*. Esto es meramente el material de la historia para el grado específico (ejemplo: fábulas/leyendas en segundo grado, antiguo testamento en tercer grado, mitología nórdica en cuarto, mitología griega en quinto). (Tiempo: 15 a 20 minutos)

Flexibilidad y balance. La cantidad de tiempo que pasemos en cada actividad de la lección principal (ejemplo: *calentamiento, revisión y práctica, trabajo en el cuaderno, etc.*) puede variar de día a día. A veces los estudiantes necesitan hacer ciertas partes del ejercicio de movimiento un par de veces más, o necesitan cantar una canción otra vez, o quizás necesitan un poco más de trabajo práctico. Cuando vemos que la clase está somnolienta, inquieta, o que ya no muestra más interés, tenemos que cambiar algo. Si los niños se ven pálidos, pueda ser que hubo demasiado trabajo intelectual o memorístico. Si las mejillas están demasiado rojas, pueda ser que quizás hubo demasiada imaginación, dibujo, etc. Lo que debemos de tratar de lograr es un balance – ¡queremos ver mejillas sonrosadas!

¹⁸ Else Göttgens, *Alegre Reconocimiento*. (El libro de Else Göttgens se encuentra disponible en nuestra página web BIBLIOTECA WALDORF).

Respiración y movimiento. Es muy importante que cada día, durante la lección principal, logremos un ritmo saludable entre el inhalar y el exhalar. El profesor debería de usar el material de la lección principal para hacer que los niños se muevan a lo largo de la mañana. No es recomendable que todo el movimiento se haga sólo al comienzo de la lección principal. Es mejor, en términos generales, aprender a “leer” a los estudiantes y buscar momentos a lo largo de la lección en los que ellos necesiten algo de movimiento.

Empezando un nuevo bloque. El primer día de una lección principal no debería de empezar con revisión de material antiguo de bloques anteriores. En su lugar, más bien deberíamos de empezar con algo completamente nuevo, algo que capture el entusiasmo y curiosidad de los estudiantes sobre el tema nuevo. La revisión del material antiguo debería de ser entrelazada de forma apropiada en los días siguientes.

Cuadernos de la lección principal.

- *Una creación del estudiante.* En los colegios Waldorf no les damos a los estudiantes libros de texto; ellos crean sus propios libros. ¡El cuaderno de la lección principal se convierte en su propio libro de texto!
- *Progresión.* Un cuaderno de la lección principal debería de reflejar el progreso de las lecciones durante el transcurso de cuatro semanas. Los conceptos nuevos deberían de estar claramente escritos. Un padre de familia debería de ser capaz de seguir la línea de pensamiento del profesor.
- *¡Los problemas prácticos no deberían de incluirse* en el cuaderno de la lección principal! Los estudiantes deberían de tener otro cuaderno de práctica separado. El trabajo en este cuaderno también debería de ser bastante ordenado.
- *Orgullo.* Es importante que los estudiantes (¡en todos los grados!) se sientan orgullosos de sus cuadernos de la lección principal.
- *Belleza.* Los cuadernos deberían de hacerse de forma hermosa. Es importante enseñarles a los niños, desde primer grado, cómo crear un cuaderno hermoso. Esto incluye bordes, títulos, espacios, uso del color, etc. Si bien este componente artístico es importante, recuerde que el contenido es aún más importante.
- *Finalizar.* En algunas clases ocurre que los estudiantes no terminan sus cuadernos, e incluso que un profesor no finaliza la lección principal. ¡Esto es muy desafortunado! Es muy importante que los estudiantes finalicen su trabajo. Esto forma buenos hábitos para el futuro. El profesor debería de revisar frecuentemente los cuadernos, de forma tal que los estudiantes reciban comentarios durante el bloque.
- *Correcciones.* Es importante que el profesor lea cada cuaderno y se asegure de que el estudiante corrija cualquier error, empezando desde primer grado.
- *Referencia.* Los estudiantes deberían de ser capaces de usar sus cuadernos de la lección principal como referencia a partir del cuarto grado.

Historias e imágenes

La forma como se introduce un tema es muy importante; esta es la fortaleza de muchos profesores Waldorf. Sin embargo, en una lección de matemáticas el profesor necesita tomar en cuenta que las historias, dibujos, e imágenes que compartamos con el niño quedarán probablemente asociadas con ese tema por mucho tiempo. Por esta razón, la historia usada para introducir un cierto tema de matemáticas debería de ser más breve y menos elaborada que la mayoría de historias usadas. Más importante aún, la historia debería de ayudar a que los estudiantes comprendan la esencia del concepto que se está enseñando. Entonces, en el momento propicio, la historia debería de desaparecer, permitiendo que el concepto matemático sea discutido y practicado en su forma pura, sin hacer referencia a la historia. Esto debido a que no queremos que los niños se vuelvan demasiado dependientes de la historia; los niños necesitan comprender la esencia del concepto. También hay que tomar en cuenta que no todos los temas matemáticos tienen que ser introducidos a través de una historia. Puede ser útil contar una historia a niños de segundo grado cuando se les enseña valor posicional, como por ejemplo una historia acerca de gnomos que recolectaban gran cantidad de piedras preciosas y que necesitaban desarrollar un método para contarlas, pero no sería de gran ayuda relatar una historia elaborada para introducir la división larga – hasta podría tener el efecto de hacer que el aprendizaje de la división larga se vuelva más complicado para los niños.

Adicionalmente, deberíamos de ser conscientes del uso que hacemos de una imagen visual cuando introducimos algún concepto matemático. Como profesores tenemos que asegurarnos de que temas que involucran números puros (como aritmética, fracciones, porcentajes, etc.) se desarrollen dentro de la mente del niño, en la medida de lo posible, libre de imágenes físicas. Esto no significa que estas imágenes nunca puedan ser usadas. Las fracciones son más que una pizza, pero luego se puede indicar que la división de una pizza es una forma de ver una fracción. El uso de objetos para aprender adición puede ser de mucha ayuda, pero los estudiantes también necesitan ver la adición de muchas formas diferentes, nunca dependiendo demasiado de una u otra representación física.

Si el profesor entiende todo esto, entonces podrá ayudar a que los estudiantes lleguen mejor al concepto puro detrás de un cierto tema matemático.

Respecto a líneas numéricas y objetos para contar

La línea numérica puede ser introducida hacia fines del primer grado, y puede ser usada de vez en cuando durante el segundo grado, como uno de entre muchos objetos usados para contar. La línea numérica, como cualquier otro objeto para contar, no debería de ser usada demasiado, pues los niños pueden llegar a depender de este objeto en exceso, y esto puede impedir que perciban el concepto puro del número. Sin embargo, si el niño puede ver las cosas de muchas formas diferentes, entonces puede llegar a comprender el concepto puro de forma más profunda y, en el proceso, volverse más flexible en su pensamiento.

Tal vez sea recomendable desaparecer paulatinamente la línea numérica en el segundo grado. No recomendamos el uso de la línea numérica cuando se introduzcan los números negativos en el séptimo grado. De hecho, después del segundo grado, el estudiante no debería de volver a ver la línea numérica sino hasta la introducción de la geometría Cartesiana en la secundaria (ejemplo: ecuaciones gráficas).

En general, para propósitos de aprendizaje de conceptos numéricos y aritmética básica, los objetos para contar deberían de usarse muy poco después del segundo grado. Por supuesto que los objetos para contar sirven un propósito bastante útil con temas matemáticos más “físicos” como lo son la medición y muchos temas de geometría.

Práctica diaria de matemáticas

Las lecciones de matemáticas entre primer y quinto grado consisten en entrelazar revisión, ejercicios rítmicos, práctica diaria y trabajo en el cuaderno. Recomendamos que las matemáticas sean practicadas todos los días a lo largo del año. Como guía general, esta práctica de matemáticas debería de tomar entre 20 a 30 minutos cada día durante un bloque de matemáticas, y unos 10 minutos cada día durante otros bloques. El material para la práctica diaria de matemáticas proviene del bloque actual (cuando la clase se encuentra en un bloque de matemáticas), bloques previos, y grados previos.

¡Cuidado con los trucos!

A menudo se enseñan *trucos ciegos* a los estudiantes como una forma de resolver un problema de matemáticas, pero sin que logren comprender el por qué o el cómo funciona un cierto truco. En términos generales, creemos que estos trucos ciegos deberían de ser evitados. Sin embargo, un determinado truco podría ser enseñado de una mejor manera, de forma que los estudiantes comprendan lo que hay detrás de este truco – o, mejor aún, el truco puede ser un atajo que los estudiantes descubrieron por sí solos. Este debería de ser nuestro objetivo; entonces se convierte en un *truco estratégico* en lugar de un truco ciego. Aun cuando el truco fuese descubierto por algunos de los estudiantes “rápidos”, sería valioso que el conjunto de la clase se diese cuenta de que el truco deviene de un proceso.

Por ejemplo, considere este problema: Convierta $4\frac{3}{5}$ a una fracción impropia. Si se les dice simplemente a los estudiantes que hay que multiplicar 4 por 5 y después agregar 3, entonces esto se convertirá en un *truco ciego* pues no lograrán comprender lo que están haciendo. Sin embargo, si el profesor los conduce a través del proceso, y la clase como un todo llega a la comprensión de por qué es que esto funciona, entonces este truco se vuelve parte de una estrategia.

Otros trucos: prestarse, dividir con fracciones (ejemplo: cuando uno invierte la segunda fracción y la multiplica), y cancelar de forma cruzada cuando se multiplica con fracciones.

Repetimos, no es que uno no pueda hacer trucos con los niños. El punto aquí es que, en lugar de que el profesor les diga a los niños cuál es el truco, los niños sientan que ellos jugaron un papel en el descubrimiento del truco. Esto es lo que hace la diferencia entre un “truco ciego” y un “truco estratégico”.

Desarrollando flexibilidad en el pensamiento

Desafortunadamente, muchos estudiantes tienen la impresión de que para un cierto problema de matemáticas sólo existe una respuesta correcta, y una sola forma de llegar a esta. Las matemáticas son entonces vistas como una asignatura rígida y poco imaginativa. Tenemos entonces que buscar oportunidades para contrarrestar esta impresión. Este es uno de los aspectos de la sabiduría de trabajar desde el todo hacia las partes. Si preguntamos a niños de primer grado durante su lección de matemáticas, “¿Qué es 12?”, ¡piense en todas las posibles respuestas correctas!: 4×3 , 6×2 , $9 + 3$, $15 - 3$, etc. De esta misma forma, puede ser fascinante preguntar a estudiantes de segundo grado cómo podrían calcular $23 - 15$. El profesor puede mostrar en el cuarto grado diferentes formas de hacer la división larga – quizás haya algún padre de familia de otro país que pueda mostrar cómo es que se le enseñó a hacer la división larga. De esta forma, los estudiantes pueden percibir las matemáticas como flexibles, creativas e imaginativas. Esto también hace que las matemáticas se vuelvan más interesantes

para los estudiantes, los ayuda a desarrollar flexibilidad en su pensamiento y, con el tiempo, mejora su sentido por el número.

Diferentes niveles, y evitando el “Gran Fraccionamiento”

Podemos sentirnos presionados por lograr que nuestra clase se mueva más rápidamente, y por mostrar que “los niños están haciendo en realidad matemáticas avanzadas”. Al hacer esto, podremos impresionar a algunos padres y colegas, y podremos hacer felices a algunos de los estudiantes rápidos, pero lo que probablemente lograremos será abrumar a varios estudiantes, e incrementar la disparidad entre estudiantes fuertes y débiles. Posiblemente, esto llevará también a que más estudiantes dependan de procedimientos ciegos en lugar de comprender los conceptos. (Ver *Trauma con las Matemáticas* más arriba).

La brecha entre estudiantes generalmente empieza a ampliarse hacia el cuarto grado. Esperemos que cada estudiante se sienta cómodo con su propio nivel. Tenemos que tener cuidado de no incrementar este “fraccionamiento”. Las clases ingresan frecuentemente a la escuela intermedia (sexto, séptimo, octavo) con un “gran fraccionamiento” entre aquellos estudiantes que son buenos en matemáticas y aquellos que están traumatizados con las matemáticas. Esta situación extrema puede ser evitada casi siempre. La clave para evitar el gran fraccionamiento es asegurarse de que los estudiantes “más lentos” no se pierdan y no se abrumen.

Pero entonces, la pregunta que se podría hacer es: “¿Y qué ocurre con los estudiantes más rápidos? ¿No se van a aburrir?” Se puede decir un par de cosas sobre esto. Antes que nada, cuando un estudiante de los primeros grados dice: “qué fáciles son las matemáticas”, usualmente esto no es una queja. Por lo general, este estudiante se siente bastante contento de comprender tan bien el material. Y, frecuentemente, cuando un estudiante de segundo o tercer grado se queja de estar aburrido, hay otra cosa que le puede estar ocurriendo. Pueda ser que esto tenga que ver con el hecho de estar expuesto en su casa a medios de comunicación – las impresiones demasiado rápidas y breves de la televisión, o las computadoras, pueden hacer que los estudiantes tengan dificultad para pensar y concentrarse en el colegio. Algunos estudiantes están tan acostumbrados a ser entretenidos todo el día, que no saben cómo entretenerse a sí mismos, y en comparación el colegio les parece aburrido.

Sin embargo, los estudiantes más rápidos también necesitan retos (especialmente después del tercer grado); es importante mantenerlos involucrados. Todos los estudiantes no deberían de estar haciendo siempre la misma cosa. A veces deberíamos de dar problemas diferentes a estudiantes de diferentes niveles, de forma que los estudiantes “lentos” no se sientan abrumados, y de forma que los estudiantes rápidos se encuentren debidamente retados. Por ejemplo, en una hoja de práctica que tiene problemas aritméticos en forma vertical, podríamos agregar al final unos cuantos problemas como $5736 + 2658$. O, de vez en cuando, los estudiantes más rápidos podrían ayudar a sus compañeros de clase. O, quizás, se le puede pedir a aquél estudiante que necesita “algo más” que haga una hoja de práctica para el día siguiente.

Todo esto es parte del arte de enseñar: ¿Cómo alcanzar nuestros objetivos sin perder a aquellos estudiantes que tienden a experimentar más dificultades?

¡Cuidado con usar las matemáticas de forma competitiva!

Si bien los juegos y la competencia pueden ser divertidos para muchos de los estudiantes, estos pueden hacer que algunos estudiantes se sientan mal. Por esta razón es que incitamos a los profesores a usar mucho discernimiento sobre el tipo de juegos que traen al salón de clases.

Simplemente pregúntese a sí mismo, “¿Podría este juego causar que alguien se sienta mal?” Desalentamos especialmente aquellos juegos en donde se requiere que los estudiantes se paren en frente de la clase y compitan unos contra otros (ejemplo: matemáticas-alrededor-del-mundo, o matemáticas-baseball). Para algunos estudiantes, el perder en frente de toda la clase puede ser bastante humillante. De otro lado, un simple juego de mesa entre amigos puede ser algo divertido e instructivo.

De forma similar, desalentamos hacer una lista con los nombres de los estudiantes que han aprendido las tablas de multiplicar. ¡Imagínese cómo se siente el último!

Adicionalmente, antes del quinto grado, es mejor encontrar formas de mantener en secreto la identidad de los niños a los que les toma más tiempo completar sus hojas de práctica. Una forma de lograr esto es dando instrucciones a los estudiantes para que empiecen otra actividad una vez que hayan terminado (como leer un libro), en silencio y sobre su carpeta, de forma que no sea tan evidente quiénes son los estudiantes más lentos. También se puede establecer un cierto período de tiempo para resolver la hoja de práctica o un grupo de problemas – todos los estudiantes tienen que parar cuando el tiempo ha concluido. Está bien si unos estudiantes avanzan más que otros.

Respecto a los exámenes

Los exámenes estandarizados se han vuelto en la educación predominante más importantes que nunca. De hecho, es lo que dirige gran parte de lo que se hace en el aula. Creemos que esta clase de pruebas es dañina para los niños y para el proceso de aprendizaje. El principal objetivo de los “exámenes” debería de ser el poder informar al profesor sobre el progreso del estudiante. En este sentido, deberíamos de ser capaces de “examinarlos” cada día (a través de ejercicios orales, hojas de práctica – y llevar notas sobre su progreso). Pero los estudiantes (incluso los de sexto, séptimo y octavo grado) no deberían de ser conscientes de ningún tipo de prueba. Deberíamos de fomentar, empezando en los primeros grados, un tipo de actitud en los estudiantes que promueva el que ellos mismos quieran hacer lo mejor posible de manera natural – para mostrarle a su profesor y a ellos mismos lo mucho que han aprendido.

¿Qué hacer cuando las cosas no están yendo bien...?

- Relájese. Los padres son generalmente temerosos. Esto se lo pasan a los estudiantes, y entonces el profesor se siente presionado, volviéndose temeroso y ansioso también. No permita que su enseñanza sea dirigida por la ansiedad y el miedo.
- Comunicación con los padres. Hable con los padres en las reuniones e individualmente. Los padres necesitan comprender claramente lo que usted está haciendo y por qué lo está haciendo, especialmente si es diferente de la norma. Los padres necesitan estar bien informados. Necesitan saber lo que su hijo ha logrado, y aquello en lo que su hijo necesita esforzarse.
- Pregúntese a sí mismo: “¿Por qué estoy haciendo esto?” La respuesta no debería de ser: “porque todos lo hacen.” Deberíamos de tener una verdadera respuesta pedagógica que podamos darnos a nosotros mismos, a los padres, y a nuestros colegas.
- Déjelo descansar. Reevalúe lo que está haciendo. Hacer más de lo mismo no ayuda necesariamente más. A veces, cuando un cierto tema se pone a descansar por un mes o dos – o incluso hasta el siguiente año – la clase lo puede absorber mejor en ese tiempo posterior.

- Asegúrese de que se trata del momento apropiado. ¿Cuándo debemos de introducir un cierto tema? La pregunta no debería de ser “¿Qué tan pronto puedo hacerlo?”, sino más bien, “¿Es el momento apropiado para traer este tema, desde el punto de vista del desarrollo del niño?” Trate de sentir en dónde es que los niños se encuentran en su desarrollo. Si es que le pareciera que muchos de sus estudiantes no están todavía listos para algo, entonces sería sabio que escuche ese instinto. *Cuando esté en duda, ¡espere!*
- Recuerde su papel. Recuerde que uno de nuestros roles más importantes es ser un “entrenador de matemáticas” – para ayudar a estos niños con los problemas emocionales que puedan tener con las matemáticas.

Trabajando con alumnos que tienen dificultades

Cuatro pasos hacia el trauma con las matemáticas

- Confusión. *Todos experimentamos confusión* cuando aprendemos matemáticas. Podemos pensar acerca de la confusión como aquel estado en el que uno se encuentra cuando trabajamos para obtener mayor claridad. Por lo tanto, la confusión es necesaria cuando se está aprendiendo algo nuevo. Los estudiantes considerados “buenos en matemáticas” usualmente se sienten cómodos cuando están confundidos, mientras que para otros estudiantes, el sentirse confundido acarrea muchas emociones que inhiben el aprendizaje.
- Batallando. *La mayoría de estudiantes batallan* con las matemáticas, al menos de vez en cuando. Normalmente, cuando se aprende un tema nuevo en matemáticas, el período de confusión debería de ser bastante corto. Si no fuese así, entonces los estudiantes batallarían por un período de tiempo hasta lograr la claridad. En general, uno de nuestros objetivos (especialmente en la escuela media y en la secundaria) es que todos los estudiantes experimenten el tener que batallar y aprendan a lidiar con esto.
- Frustración. *Muchos estudiantes se frustran* con las matemáticas. Típicamente, los estudiantes terminan frustrándose después de haber batallado por un período extenso de tiempo. Algunos estudiantes llegan al nivel de frustración ni bien quedaron confundidos. Necesitamos ayudar a estos estudiantes para que aprendan a lidiar con su frustración, sin tomarlo de forma personal.
- Cerrándose/trauma. *Algunos estudiantes se cierran y se quedan traumatizados con las matemáticas.* Si un estudiante se encuentra constantemente frustrado con las matemáticas y casi nunca comprende los conceptos, después de un tiempo empieza a creer que esto es imposible y se da por vencido.

Uno de los trabajos del profesor de grado es guiar a los estudiantes a través de los retos que puedan encontrar en el colegio y en la vida. En el mundo actual, frecuentemente protegemos a nuestros niños de la incomodidad; acaban teniendo la expectativa de que las cosas deberían de ser fáciles. Tienen poca paciencia. No ha de sorprender entonces que tantos niños tengan muy poca tolerancia para la confusión y para el batallar. Si agregamos esto a una variedad de aspectos emocionales, entonces podemos ver lo importante que es para nosotros, los profesores, el *entrenar* a estos estudiantes a través de estos retos.

Perfeccionismo y temor al fracaso

Algunos estudiantes tienen una tendencia hacia el perfeccionismo. Frecuentemente es una niña que quiere que todo esté en orden. Frecuentemente, es uno de los estudiantes más fuertes de la clase. Los perfeccionistas quieren que la vida sea rítmica y predecible. Y en términos del trabajo de la escuela, quieren hacerlo todo bien. Cuando se enfrentan a una tarea, necesitan estar seguros de que la podrán hacer.

El centro de la dificultad es que la matemática generalmente viola todas estas reglas. Confusión, y aprender a sobreponerse al batallar, es parte de hacer matemáticas. Hasta cierto punto, especialmente en la escuela intermedia y después, la matemática tiene que ver con encarar lo desconocido y de aprender a resolver problemas que no nos son familiares. Para un perfeccionista, todo esto es amenazador.

Y entonces el estudiante entra a la adolescencia, se vuelve más consciente de sí mismo, y las matemáticas se vuelven aún más desagradables e intimidantes. Este tipo de estudiante eventualmente se rendirá con las matemáticas. ¿Por qué? Porque es menos doloroso rendirse que esforzarse y, al final, quizás fracasar de todas maneras. Esto es conocido como “miedo al fracaso”.

Entonces, ¿qué podemos hacer nosotros los profesores? Una vez más, nuestro rol como entrenador es crítico. Y esto es más grande que sólo matemáticas. Tenemos que buscar situaciones en las que *los estudiantes sientan que no pueden tener éxito*, pero en las que *nosotros sabemos que sí pueden*. Este tipo de situación podría tener lugar en la obra de teatro de la clase, en trepar una montaña, en montar bicicleta (¡o un unicityclo!), o resolver un problema de matemáticas particularmente intimidante. Ellos creen que no pueden hacerlo, y nosotros sabemos que sí pueden. Al mismo tiempo, y de forma apropiada, necesitamos empujarlos suavemente hacia estas situaciones. Nuestro papel es el de asistir con estos retos, y ayudar a asegurar su éxito. Y una vez que hayan triunfado, ¡celebrar! “¡Mira lo que hiciste! ¡Y tú pensabas que no podrías hacerlo!” Después de eso podremos construir sobre este éxito. De esta forma, poco a poco se irá construyendo la seguridad del estudiante, y, con el tiempo, se irá sintiendo más cómodo con los retos que la vida le presente, y con suerte tendrá más disposición para aprender matemáticas.

Remediando ¹⁹

El satisfacer las necesidades de un niño con retos de aprendizaje puede tomar gran cantidad de tiempo y energía. En la mayoría de casos, los problemas se encuentran en el ámbito de los sentidos más bajos – sea un problema de balance, del sentido por la vida, y/o coordinación motora gruesa. Frecuentemente, estos niños no pueden dar un paso y al mismo tiempo decir “uno”. Esto hace que les sea más difícil desarrollar un sentido por el número.

En términos generales, siempre podemos esperar tener estudiantes que se encuentren algo retrasados respecto al resto de la clase. En este caso, es de especial importancia para el profesor saber dónde es que se encuentra el niño, comprender por qué existe este problema, y tener un plan de cómo avanzar.

La confianza es un factor importante. Necesitamos darnos cuenta dónde es que el niño se queda atascado y partir de allí, de forma que el niño empiece a construir confianza en sí mismo. El estudiante necesita saber que su profesor cree en él. El niño no debería de sentir que él está haciendo

¹⁹ Para más ideas sobre como trabajar con niños con retos de aprendizaje, ver el libro de Ernst Schubert, *Enseñando Matemáticas en Primer y Segundo Grado en Escuelas Waldorf*, página 59 y sucesivas.

“matemáticas para tontos”. Si el niño (o la clase como un todo) está retrasado, o tiene ciertos huecos en su conocimiento, entonces tenemos que encontrar formas de entregarle el material actual.

El lidiar con todo esto no debería de recaer solamente sobre los hombros del profesor de grado. Frecuentemente, hay trabas adicionales que obstruyen el aprendizaje de las matemáticas. Como facultad, podemos trabajar juntos (ejemplo: con el *estudio del niño*) para comprender qué es lo que hay detrás de todo esto.

Frecuentemente un *entrenamiento* individual logra una gran diferencia. El profesor de grado debería de pedir ayuda lo más pronto posible al profesor de pedagogía curativa; si se espera hasta quinto grado ya es demasiado tarde. Cualquier daño emocional toma un tiempo significativo para curarse, y puede retrasar aún más el progreso del niño con las matemáticas. Algunos niños con necesidades de pedagogía curativa (especialmente si somos capaces de trabajar con la situación de forma efectiva), pueden encontrarse por detrás de la clase por años, pero entonces pueden “despertar” en años posteriores a las matemáticas – quizás en quinto grado, o incluso tan tarde como octavo grado.

Adicionalmente, necesitamos tener cuidado de no dejar que el miedo se asiente dentro de nosotros, el estudiante, o los padres – el miedo empeora la situación. Necesitamos trabajar productivamente con los padres del niño con necesidades especiales. Una comunicación clara con los padres es crítica. Esto incluye llevar registros por escrito (como un documento de la escuela) del progreso del niño, y registros por escrito de cualquier modificación en el programa del niño.

Dependiendo de los recursos con los que cuente la escuela, de repente no será posible mantener en la escuela a un niño con retos de aprendizaje serios. A veces, a pesar de nuestros propios apegos emocionales con un niño, tenemos que admitir que no podemos satisfacer las necesidades del niño.

Las reglas doradas

Matemáticas Saludables

- Escoja material apropiado para cada etapa de desarrollo. ¿Está el material satisfaciendo las necesidades de los niños? ¿Cómo afecta este tema el desarrollo de los niños?
- Cuando tenga dudas, espere. ¿Podrían los niños ser capaces de recibir esto si usted esperara un poco más?
- ¡Menos es más! ¿Se está sobrepasando con un tema nuevo? ¿Está avanzando con dificultad con el material?
- Minimice los procedimientos ciegos y los trucos. ¿Están los estudiantes siguiendo procedimientos y haciendo trucos sin comprenderlos? Si fuese así, ¿podría esto ser hecho de una forma diferente?

Estudiantes Saludables

- Estudiantes entusiastas. ¿Se encuentran los estudiantes interesados y entusiastas?

- Retando a los estudiantes. ¿Está retando a los estudiantes de forma apropiada?
- Evitando el trauma. ¿Lo están captando? ¿Es demasiado para algunos? ¿Se está dañando la confianza y entusiasmo de algunos de los estudiantes? ¿Es el ambiente saludable para el aprendizaje, de forma que los estudiantes puedan aprender?

Profesor Saludable

- Profesor entusiasta. ¿Se encuentra usted interesado y entusiasta?
- Salud y balance. ¿Se encuentra usted saludable y balanceado, con una fuerte vida interior?
- Relación con el material. ¿Es usted el autor de lo que se presenta a la clase? ¿Tiene claridad de por qué está enseñando este tema en este momento a los estudiantes? ¿Logra ver el “panorama general”?
- Relación con los niños. El material no es lo más importante. Lo que importa es cómo usted lo presenta, quién es usted en frente de los niños, y su relación con los niños.

- PRIMER GRADO -

Síntesis del Desarrollo del Niño en el Primer Grado

Con el cambio de dientes, la capacidad para pensar se revela a sí misma, y se hace aparente el deseo por aprender y por seguir a la amada autoridad. En lugar de imitar el mundo que lo rodea, los niños se concentran más en seguir a su profesor. De esta forma, el primer año de colegio todavía se encuentra marcado por un “soñar” en el mundo. Esto es como una onda que proviene de los primeros años de la infancia. Hay un entusiasmo por querer aprender y los niños quieren involucrarse a través de sus sentimientos. Se conectan con la asignatura a través de rimas, música, movimiento, etc. A través de imágenes, la palabra hablada llena de vida el pensar interior de los niños. Como su profesor, queremos que trabajen con ganas, y usamos imágenes para motivarlos. En lugar de decirles, “Escriban sus números derechos”, les decimos: “Permitan que sus números se paren tan derechos como una lanza.” Por supuesto, todo el trabajo debería de ser presentado con alegría y entusiasmo.

Para la enseñanza de matemáticas en primer grado, esto significa que nos valemos de historias (por ejemplo, el panadero hace pasteles y los pone en filas de a dos, o sobre platos en grupos de a cuatro, o los vende en bolsas de a tres). Los estudiantes ilustran estas historias en su cuaderno de la lección principal. El profesor puede variar las cosas cada día, mientras trabaja con el mismo concepto e historia.

Resumen del Currículo para Matemáticas en el Primer Grado

El mundo de los números

- *Numerales romanos*. Empezamos con los numerales romanos porque estos se relacionan con el cuerpo humano. Los números arábigos (estándares) se introducen después.
- *Cualidad de los números*. ¿Cuál es la cualidad de los números que vemos en el mundo?
- *Conteo*. Practicar contar hacia adelante y hacia atrás hasta 100. Los niños necesitan sentirse “cómodos” con esto.²⁰
- *Dictados de números*. Esto debe de empezar en el segundo bloque.

Desarrollando un sentido por el número

- El sentido por los números es despertado. El objetivo en el primer grado es que los niños se vuelvan conscientes del contar a través del movimiento. Else Göttgens llama a esto “contando a lo largo de la línea”.²¹
- Los niños deberían de llegar a ver gradualmente a un número como una entidad en sí misma. ¡Esto es importante! ¿Pueden reconocer inmediatamente un grupo de cinco en un dado, o una imagen de tres dedos, o un grupo de seis nueces? Los niños pueden hacer sus propias tarjetas educativas con estos ejemplos.
- *Conteo rítmico*. El conteo rítmico sirve como una preparación para aprender las tablas de multiplicar en el segundo grado. En el primer grado, los niños aprenden a contar rítmicamente de 2 en 2, de 3 en 3, de 4 en 4, de 5 en 5, de 10 en 10, y de 11 en 11. Este trabajo debe de surgir de la imaginación. En el primer grado, siempre deberíamos de contar de uno en uno, pero enfatizando cierto número. Por ejemplo, con el conteo rítmico de 3 en 3, contamos hacia adelante y hacia atrás mientras enfatizamos cada tercer número, quizás aplaudiéndolo y diciéndolo más fuerte: 1, 2, **3**, 4, 5, **6**, 7, 8, **9**, 10, 11, **12**, etc. No necesitamos mencionar que esta es la tabla del 3; simplemente lo podemos llamar el conteo rítmico de 3 en 3. En el primer grado no se hace conteo rítmico entre los bloques de matemáticas – se deja “dormir” durante estos períodos de tiempo.
- *Movimiento*. Las matemáticas se relacionan con el cuerpo físico. Para poder obtener una conciencia de los procesos matemáticos, los niños necesitan mover sus cuerpos. Para muchos niños de primer grado es un reto lograr sincronizar sus movimientos con sus voces. Sus voces son generalmente más rápidas que el movimiento de sus manos o de sus pies.

²⁰ A lo largo de este libro, usamos los siguientes términos: “Dominar” significa que lo deben de tener en la punta de la lengua, sin duda alguna. “Cómodamente” significa que tienen que sentirse cómodos, pero que todavía puede haber un poco de vacilación. Por lo tanto, tenemos tres etapas en el aprendizaje de una habilidad: Introducción, “cómodamente”, y “dominar”.

²¹ Else Göttgens, *Waldorf Education in Practice*, page 35. (En nuestra página web BIBLIOTECA WALDORF usted puede leer el libro de Else Göttgens, pero las páginas no corresponden).

- *Estimando*. Podemos preguntar: “¿A cuántos pasos estoy de la pizarra?” o “¿A cuántos pasos gigantes estoy de la puerta?” De esta forma, el niño trata de encontrar su posición en el mundo, lo que ayuda a desarrollar su orientación espacial.

Empezando a calcular

- *Re-agrupando números*. Por ejemplo, ¿cómo podemos reagrupar el número diez? Hay muchas respuestas: 2 grupos de cinco, 5 grupos de a dos, 6 y 4, 7 y 3, etc.
- *Introduciendo las cuatro operaciones*. Los estudiantes deberían de dominar sumas hasta el número 24 (como $8 + 5$), y sentirse cómodos haciendo sumas hasta el 100.
- *Aprendiendo los hechos de adición “fáciles”*. Todos los hechos de adición hasta el 10, así como todos los dobles ($6 + 6$, $7 + 7$, $8 + 8$, $9 + 9$) deberían de saberse de memoria hacia finales del primer grado.

Lecturas Recomendadas para el Primer Grado

- Henning Anderson, *Active Arithmetic*. AWSNA Publications.
- Herman von Baravalle, *The Teaching of Arithmetic and the Waldorf School Plan*. Waldorf School Monographs, 1967, third edition.
- Irene Groh, Mona Ruef, and the Medical Section at the Goetheanum, *Education and Teaching as Preventive Medicine*, Persephone, Forest Row 2006, pages 117-131.
- Ernst Schuberth, *Teaching Mathematics for First and Second Graders in Waldorf Schools*. Rudolf Steiner College Press.
- Rudolf Steiner, *The Spiritual Ground of Education*, chapter 5. Anthroposophic Press.
- Rudolf Steiner, *The Kingdom of Childhood*, chapter 5. Anthroposophic Press.

Lecciones y Tópicos para el Primer Grado

“Es de especial importancia que no se trabaje continuamente de forma monótona, limitándose a realizar sólo sumas por seis meses, etc., pero uno debería, en la medida de lo posible, tomar las cuatro operaciones aritméticas de forma bastante rápida, una tras otra, y después practicarlas... Deberíamos de coger las cuatro operaciones al mismo tiempo y ser cuidadosos de que, a través de la práctica de estas cuatro operaciones, todas sean dominadas casi al mismo tiempo.”

--Rudolf Steiner (del libro de Stockmeyer)

Lectura necesaria. Asegúrese de volver a leer la sección: *Pensamientos acerca de la Enseñanza de Matemáticas en los Primeros Grados*, la que se encuentra al comienzo de este libro.

Aritmética mental. La aritmética mental se integra en las lecciones de matemáticas a través del uso imaginativo de historias con números.

Horario

El currículo pide doce semanas de matemáticas para el primer grado. Generalmente, el primer bloque de cuatro semanas empieza en el segundo mes del año escolar, el segundo bloque en el quinto mes, y el tercer bloque en el séptimo mes. Se puede agregar una semana de revisión hacia fines de año.

PRIMER BLOQUE

Contenido

- *Cualidad de los números del 1 al 12*, con los numerales romanos y arábigos. Encuentre una imagen para cada número, usando quizás una historia que continúe, en donde la pregunta central sea: ¿En dónde hay algo que sea sólo uno en el mundo? ¿En dónde hay algo que sea sólo dos? ¿En dónde hay sólo tres, etc.?
- *Conteo*. Practicar contar hasta 24 (hacia adelante y hacia atrás) con facilidad, ¡y hasta 100 con alegría!
- *Conteo rítmico*. Durante el primer bloque podemos contar rítmicamente de 2 en 2, y de 4 en 4. Deberíamos de practicar haciéndolo tanto hacia adelante como hacia atrás.
- *Reagrupando*. La idea de reagrupar es introducida brevemente aquí. Deviene de forma natural de nuestro trabajo de ir desde el todo hacia las partes. (Por ejemplo, ¿cómo podemos reagrupar el número diez?" Hay varias respuestas: dos grupos de cinco, cinco grupos de dos, seis y cuatro, siete y tres, etc.)
- *Escribiendo*. Practicar escribir los números del 1 al 12. Siempre empezar desde la parte de arriba de la forma y dibujar hacia abajo.
- *Las cuatro operaciones*. Las cuatro operaciones (+, -, x, ÷) son brevemente introducidas, pero sólo de forma oral. (En el segundo bloque de matemáticas los estudiantes las escriben por primera vez).

Movimiento

- El hablar y el moverse deberían de ir juntos. Esto es muy importante para el desarrollo de las capacidades matemáticas.²²
- Contar del 1 al 24. Practicar el conteo usando un paso por cada número, usando imágenes. Por ejemplo, haga que los niños se imaginen que están cruzando por sobre las piedras de un río, o que son enanos que están entrando a una cueva oscura en donde van a juntar gemas, joyas, etc. Haga que caminen y cuenten hacia atrás cuando llegue el momento de volver a casa otra vez.
- Conteo rítmico. (Saltando, aplaudiendo, marchando, etc.) Algunos ejemplos:

* Para contar de 2 en 2, los enanos mueven sus hachas rítmicamente:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

²² Else Göttgens, *Waldorf Education in Practice*, page 37. (En nuestra página web BIBLIOTECA WALDORF usted puede leer el libro de Else Göttgens, pero las páginas no corresponden).

* *Números pares e impares.* Un granjero perdió su zapato de madera en el pegajoso barro: debido a que el granjero (y los niños) sólo tienen un zapato, sólo podemos escuchar uno de los dos pasos claramente. Se escucha así: 1, 2, 3, 4, 5, etc., y entonces susurramos el 1, 3, 5 mientras que los otros números se dicen fuertemente. Al día siguiente, el granjero podría perder el otro zapato, y en ese caso contaríamos los números impares.

* *¡Muy importante!* Después de haber terminado algo con movimiento, los niños deberían de pararse quietos y decir la secuencia de números otra vez, hacia adelante y hacia atrás, pero sin movimiento. De esta forma, traemos la actividad volitiva hacia la conciencia.

Trabajando con objetos

- El conteo debería de estar conectado con un objeto, empezando con los propios dedos de la mano y de los pies. Otros objetos podrían ser: semillas grandes, piedras, etc. Trate de evitar el conteo con comida (frejoles, lentejas, etc.). En un mundo en el que existe hambre, la comida no es algo con lo que se debe de jugar.
- *Reagrupando números.* Los niños ponen ambas manos sobre el escritorio, y les pedimos que muestren cuatro dedos en el aire con una mano. Podemos entonces preguntar: ¿De cuántas formas diferentes podemos mostrar los cuatro dedos si usáramos las dos manos? (Una forma sería un dedo en una mano y tres dedos en la otra mano.)
- El profesor puede también mostrar cuatro dedos, y el niño necesita reconocer inmediatamente que allí hay cuatro dedos. Esto requiere de mucha práctica conforme los niños aprenden a alejarse del conteo. Esto también puede hacerse usando objetos diferentes sobre una mesa y bajo de una tela, etc. Por ejemplo, imagine que usa una cierta cantidad de semillas. Las mostramos muy brevemente y después las cubrimos. Entonces les preguntamos a los niños cuántas semillas vieron. Lo que buscamos es que vean la cantidad inmediatamente en lugar de que cuenten cada una de las semillas. Esto también se puede hacer con tarjetas educativas.
- *La estructura del cinco.* Esta es también el primer encuentro visual con la estructura-del-cinco. La estructura-del-cinco son los cinco dedos de nuestras manos; dos manos hacen diez. A la mayoría de los niños le es fácil trabajar con unidades de cinco. Esto se vuelve bastante útil más tarde cuando empezamos a desarrollar estrategias. Es quizás la primera estrategia que usarán.
- También deberíamos de pedirles a los estudiantes que reagrupen un cierto número de piedras. Por ejemplo, con 12 piedras se tienen muchas posibilidades:
 xxx xxx xxx xxx ó xx xx xx xx xx xx ó xxxx xxxx xxxx ó xxxxx xx x xxxx
- Hacer formas geométricas con objetos. En el libro de Henning Anderson²³, hace que los niños dibujen un círculo sobre un pedazo de papel y les pide que pongan tres (o quizás otro número) de semillas sobre el círculo. Hay varias posibilidades, pero la mayoría de estudiantes tratará de encontrar armonía y harán un triángulo equilátero perfecto. Rudolf Steiner también escribe sobre la importancia de estas actividades²⁴.

Revisión y práctica

²³ Henning Anderson, *Active Arithmetic*. AWSNA Publications.

²⁴ Rudolf Steiner, *The Child's Changing Consciousness*. Lecture given on April 17, 1923. GA 306.

- *La importancia de la revisión.* Debemos de enfatizar aquí, una vez más, la importancia de que el profesor sea consciente del uso del sueño del niño como parte del proceso de aprendizaje. La profesora debe de revisar (traer de vuelta a la imaginación del niño) el material nuevo del día anterior, quizás usando diferentes materiales. Podríamos reagrupar 12 niños, y al día siguiente, durante la revisión, podríamos reagrupar 12 sillas.
- *Escribiendo números.* Deberíamos de practicar escribir números sobre arena, sobre papel, usando pizarras pequeñas, o yendo afuera y practicando escribir números con palos. ¡Recuerde hacer que los niños escriban los números siempre de arriba hacia abajo!
- Cada día deberíamos de practicar ejercicios de movimiento con conteo, pero usando variaciones diferentes. Por ejemplo, podemos imaginar 12 enanos yendo a una cueva, mientras que el resto de estudiantes son moscas que los están mirando. De esta forma, algunos estudiantes están observando lo que otros están haciendo. Esto trae una conciencia diferente al proceso. Una vez más, debemos de esperar que sea algo bastante difícil para los niños que se muevan mientras hablan simultáneamente.
- *Reagrupando.* Después que el número 12 ha sido revisado, practicamos el mismo reagrupar pero con un número diferente.

Trabajo en el cuaderno

- En este bloque, los niños pueden dibujar en sus cuadernos acerca de las cualidades de los primeros 12 números. Pueden escribir los doce números Romanos aquí, y quizás simultáneamente también los números Arábigos.
- El cuaderno de la lección principal debería de incluir algunos ejemplos de los números reagrupados.
- Asegúrese de visitar nuestra página web, www.meaningfulmathbooks.com, para ver ejemplos a color de páginas de cuadernos de estudiantes.

SEGUNDO BLOQUE

Contenido

- *Las cuatro operaciones.* Las cuatro operaciones fueron introducidas brevemente de forma oral durante el primer bloque, pero no fueron escritas. Ahora, por primera vez, se escriben las cuatro operaciones.
- *Conteo.* Los niños deberían de ser capaces ahora de contar hasta 100.
- *Conteo rítmico.* Durante este segundo bloque deberíamos de revisar el conteo rítmico de 2 en 2 y de 4 en 4, y entonces ir agregando el de 5 en 5, 10 en 10, y 3 en 3. Recuerde practicar yendo hacia adelante y hacia atrás. El qué tan lejos podamos llegar con este trabajo dependerá de las habilidades de la clase.
- *Reagrupar.* Deberíamos de continuar con el trabajo que empezamos en el primer bloque de reagrupar números.

- *Escritura.* Continuamos con lo que empezamos en el primer bloque. Recuerde escribir siempre los números desde arriba (de la forma) y progresando hacia abajo. Podemos empezar ahora a hacer algunos dictados de números hasta el 24.

Nuevo material

- *Introducción de las cuatro operaciones.*

* Cada proceso (más, menos, por, entre) es introducido a través de cuatro personajes, y cada uno representa a uno de los cuatro temperamentos.²⁵

* Por supuesto, los niños ya han trabajado con estas cuatro operaciones a través de las actividades de reagrupar y a través de nuestras historias de matemáticas durante nuestro primer bloque. Pero ahora introducimos los signos visualmente (+, −, x, ÷).

* La adición y la multiplicación son introducidas desde el todo hacia las partes.

Ejemplo: $8 = 5 + 3$,

Ejemplo: $14 = 2 \times 7$.

* La sustracción empieza a partir de la diferencia.

Ejemplo: Una niña recoge flores en el campo. Trae 12 flores a casa, pero cuando las cuenta tiene sólo 9 flores. ¿Cuántas flores perdió?

* De forma similar, la división empieza a partir del cociente.

Ejemplo: 12 conejos jugaban en el campo cuando de repente apareció un zorro. Los conejos corrieron a sus madrigueras, pero sólo había 3 huecos, y en cada hueco sólo podía entrar el mismo número de conejos. Esto es también una actividad social.

Al final del juego, traemos este problema a la conciencia. Entonces podemos escribir:

$12 = 4 + 4 + 4$ ó $12 = 3 \times 4$ ó $12 \div 3 = 4$ ó $12 - 4 - 4 - 4 = 0$ (ya no quedan más conejos.)

- Durante este bloque, jugamos con estos conceptos usando las cuatro operaciones.

Movimiento

- En el primer bloque de matemáticas nos movimos y contamos valiéndonos de la imagen de un granjero con un solo zapato de madera. Ahora podemos crear nuevas historias que incluyan actividades diferentes para movernos mientras contamos.
- Empezamos con un número diferente (por ejemplo 12 ó 15), y contamos desde allí hasta 36 o 42. Podemos hacer esto también hacia atrás. Esto ayuda a que los estudiantes adquieran seguridad en moverse hacia arriba o hacia abajo más allá de las decenas (por ejemplo, más allá de 20, 30, 40, etc.).
Ejemplo: 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 36, 35, 34, 33, 32, 31, 30, 29, 28.
- *Conteo rítmico.* Practicar el conteo rítmico con 2's, 3's, 4's, 5's, 10's y 11's.

Trabajando con objetos

- Trabajar reagrupando los números del 1 al 24, usando objetos y/o dedos.

²⁵ Ernst Schuberth, *Teaching Mathematics for First and Second Grades in Waldorf Schools*. Página 17-41.

- Los estudiantes pueden trabajar en pares. Por ejemplo, con el número 8, el profesor escribe todas las diferentes posibilidades en la pizarra, y los estudiantes encuentran tantas posibilidades de reagrupar como sea posible, como:

$$8 = 2 + 6 \quad 8 = 1 + 7 \quad 8 = 7 + 1 \quad 8 = 4 + 4$$

Hay, por supuesto, muchas más posibilidades, pero algunas de ellas no pueden ser hechas con los dedos.

- Al día siguiente, revise la reagrupación que se hizo el día anterior, y entonces use la forma-T para organizarlo:

Reagrupando	8
	0 8
	1 7
	2 6
	3 5 etc.

* Ahora podemos practicar con estas reagrupaciones de la siguiente manera: Usando su mano derecha, cubra la sección de la línea vertical de la parte derecha (tenemos que mostrarle esto a los estudiantes), y ahora diremos: “¿8 es 1 más qué?” (Ellos tienen que adivinar que es el 7, y pueden verificarlo debajo de su mano). Después se mueven hacia abajo y dicen: “¿8 es 2 más qué?”

Revisión y práctica

- Como siempre, el nuevo material debería de ser revisado cada día.
- Deberíamos de continuar practicando el escribir números. Ahora podemos empezar, de forma regular, a hacer dictados de números.
- Deberíamos de usar la forma-T (mirar arriba) para reagrupar muchos números diferentes.

El trabajo en el cuaderno

- El cuaderno de la lección principal tiene que ser artístico – mucho más que sólo números áridos.
- Haga que los niños muestren el uso de la forma-T para reagrupar los números del 1–24 (mirar arriba).
- Pueden empezar a incluir algunos problemas en sus cuadernos que usen los signos de las cuatro operaciones (+, −, x, ÷), como $8 = 4 + 4$, $8 = 10 - 2$, $8 = 2 \times 4$, $8 \div 2 = 4$ etc.
- Haga que los niños dibujen los personajes de las historias de sus lecciones de matemáticas (ejemplo: la historia del zorro y el conejo, Mini Menos, David Divisor, etc.). También deberían de dibujar cuidadosamente los signos de las cuatro operaciones (+, −, x, ÷).
- Asegúrese de visitar nuestra página web (www.meaningfulmathbooks.com) para ver páginas a todo color del trabajo de estudiantes en sus cuadernos de la lección principal.

TERCER BLOQUE

Contenido

- *Practicar el conteo.* Todos los estudiantes deberían de contar fluidamente (hacia adelante y hacia atrás) hasta 24, y deberían de empezar a sentirse cómodos contando (hacia adelante y hacia atrás) hasta 100.
- *Las cuatro operaciones.* Todos los estudiantes pueden trabajar fluidamente con las cuatro operaciones hasta 10, y se sienten cómodos con las cuatro operaciones hasta 24.
- *Estrategias.* Introduzca algunas estrategias. Esto es un adelanto de un tema que se hará en segundo grado. En primer grado, estas estrategias se desprenden del trabajo de reagrupar.
- *Conteo rítmico.* Este importante trabajo continúa lo que se empezó en los dos primeros bloques. Hacia finales del primer grado es bueno que los niños hayan trabajado regularmente con el conteo rítmico con los 2's, 3's, 4's, 5's, 10's, y 11's.

Material nuevo

- *Progresando del conteo hacia las matemáticas.* Los niños empiezan ahora a moverse más allá del conteo y aprenden a pensar más “matemáticamente”, conforme van desarrollando más y más un sentido por el número. De esta forma, empiezan a aprender estrategias para hacer cálculos, especialmente aquellas que tienen que ver con la adición y la sustracción. Para lograr esto, el profesor debería de estar consciente de la progresión paso-a-paso para enseñar adición, sustracción, etc. (Ver *Una progresión paso-a-paso para adición y sustracción* bajo *Más Ideas para la Enseñanza* líneas abajo).
- *Aprendiendo los hechos de adición “fáciles”.* Esto requiere el uso de las fuerzas de la memoria. Todos los hechos de adición hasta 10, así como todos los dobles (como $6 + 6$, $7 + 7$, $8 + 8$, $9 + 9$) deberían de saberse de memoria hacia finales del primer grado.
- *Estrategias para números más grandes.* Los estudiantes deberían de empezar a usar estrategias. Por ejemplo, con $5 + 6$ podríamos hacer $5 + 5 + 1$ ó $6 + 6 - 1$. Si usamos $12 - 4$ como otro ejemplo, podrían hacer $12 - 2 - 2$, o simplemente llegar a la respuesta contando de 4 en 4. Dado que tanto 4 y 12 están en la tabla del 4, la respuesta, 8, también está en la tabla del 4. ¡Es maravilloso que los estudiantes compartan con el resto de la clase las estrategias que ellos solos van descubriendo!

Movimiento

- Previamente, la clase entera hizo ejercicios de conteo rítmico. Ahora necesitamos hacer esto en grupos pequeños e individualmente también.
- *Los cuatro pasos para ejercicios de movimiento.* Los siguientes cuatro pasos son bastante importantes. Aquí hay un ejemplo usando: $12 + \underline{\quad} = 19$.

Paso #1:

Haga que los estudiantes se paren sobre el 12. ¿Cuántos pasos más para llegar hasta al 19? En este caso están haciendo tres cosas: caminando, diciendo los números (empezando con el 13), y contando

los pasos con sus dedos. Al final (cuando llegan al 19), podemos hacer diferentes preguntas como: “¿Cuál es la diferencia entre 12 y 19?”, o “¿12 más qué es igual a 19?”, o “¿Cuánto es 19 menos 12?”

Paso #2:

Los niños se paran quietos y dicen en voz alta el mismo problema ($12 + \underline{\quad} = 19$), sin moverse. Dicen los números 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 mientras que cuentan cada paso con sus dedos.

Paso #3:

Los niños se sientan y escriben lo que acaban de decir. Ahora escriben el problema:

$$12 + 7 = 19$$

Paso #4:

Los niños leen lo que han escrito.

(Los niños podrían usar también sus pizarras pequeñas para practicar esto.)

- *Conteo rítmico.* Por ejemplo, con los 2's, nos movemos la tabla del dos (2, 4, 6, 8, etc.). La clase entera se mueve (puede ser caminando) hacia adelante y hacia atrás. Entonces, toda la clase se queda inmóvil mientras dice la tabla del dos. Entonces se sientan y escriben de memoria la tabla del dos en sus cuadernos o pizarras pequeñas. Después leen en voz alta la tabla 2, 4, 6, 8, etc.

Trabajando con objetos

- *Desapareciendo los objetos.* A estas alturas del año escolar, es importante alejarse del trabajo con objetos. Los estudiantes pueden ahora imaginarse el problema y entonces encontrar formas de resolverlo.
- *Introduciendo números más grandes.* Con los números más pequeños (hasta 24) tratamos de ya no usar objetos, pero pueda ser que algunos niños todavía necesiten ayuda visual. Podríamos proporcionarles una pita con 20 canicas de madera, coloreadas en la estructura-de-cinco. (Vaya a nuestra página web www.meaningfulmathbooks.com y vea bajo la página de primer grado una foto de esta “pita con canicas”.)
- *Línea numérica.* Este podría ser el momento propicio para introducir en el aula la línea numérica (hasta 100). Esto debería de ser practicado de dos maneras: que digan el número que se señala, y que encuentren el número que se dice.
- *Juegos.* Trate de encontrar juegos que usen la línea numérica (ver Henning Anderson), así como juegos con dados y juegos de mesa (en el Apéndice ver una lista de juegos para los primeros grados). Estas son cosas maravillosas que los niños pueden hacer cuando hay un poco de tiempo extra.

Revisión y práctica

- *Dictado de números.* Continúe practicando dictado de números.
- *Las cuatro operaciones.* Continúe escribiendo y practicando problemas que usen las cuatro operaciones.
- *Patrones con números.*

* Los niños deberían de visualizar problemas que hicieron con objetos en los bloques previos.

* Deberíamos de continuar practicando el reagrupar números.

* Busque formas de mostrar el patrón de los números. Los libros de Baravalle tienen muy buenas ideas para esto. Estos son algunos ejemplos (usando números triangulares y cuadrados – pero no necesitamos mencionar estos términos a los niños):

$$\begin{aligned} 1 &= 1 \rightarrow 1 \\ 1 + 2 &= 3 \rightarrow 3 - 1 = 2 \\ 1 + 2 + 3 &= 6 \rightarrow 6 - 3 = 3 \\ 1 + 2 + 3 + 4 &= 10 \rightarrow 10 - 6 = 4 \\ \dots \text{etc.} \end{aligned}$$

o también

$$\begin{aligned} 1 &= 1 \rightarrow 1 \times 1 = 1 & 1 \\ 1 + 3 &= 4 \rightarrow 2 \times 2 = 4 & 4 - 1 = 3 \\ 1 + 3 + 5 &= 9 \rightarrow 3 \times 3 = 9 & 9 - 4 = 5 \\ 1 + 3 + 5 + 7 &= 16 \rightarrow 4 \times 4 = 16 & 16 - 9 = 7 \\ \dots \text{etc.} \end{aligned}$$

Trabajo en el cuaderno

- El libro de Baravalle puede ser una buena guía para el cuaderno de la lección principal.
- El trabajo hecho con la línea numérica puede ponerse en el cuaderno de una forma visual (se puede mostrar conejos saltando sobre la línea de un número a otro, obviando ciertos números, etc.).
- La disposición y uso de color en el cuaderno de la lección principal son muy importantes.
- Asegúrese de visitar nuestra página web (www.meaningulmathbooks.com) para ver hojas a color de cuadernos de la lección principal.

Una Progresión Paso-a-Paso para la Adición en 1er Grado

Notas:

- Tome en cuenta que estos pasos para la adición están ocurriendo simultáneamente con una progresión similar paso-a-paso para la sustracción (ver la siguiente página).
- Esto busca darle algunas ideas posibles al profesor de cómo es que se puede trabajar de una forma estructurada.
- Hay más pasos posibles de los que se mencionan abajo.

Paso #1: Regrupar 10.

Preguntar: “¿Qué es 10?”

$$10 = 1 + 9$$

$10 = 2 + 8$

$10 = 3 + 7$

... etc.

Paso #2: Añadir hasta 10.

$1 + 9 = \underline{\quad}$

$2 + 8 = \underline{\quad}$

$3 + 7 = \underline{\quad}$

... etc.

Paso #3: Encontrar el número que falta usando el 10.

$10 = 1 + \underline{\quad}$

$10 = 2 + \underline{\quad}$

$10 = \underline{\quad} + 7$

$10 = \underline{\quad} + 6$

... etc.

Paso #4: Reagrupar 20.

Preguntar: “¿Qué es 20?”

$20 = 11 + 9$

$20 = 12 + 8$

$20 = 13 + 7$

... etc.

Paso #5: Añadir hasta 20.

$11 + 9 = \underline{\quad}$

$12 + 8 = \underline{\quad}$

$13 + 7 = \underline{\quad}$

... etc.

Paso #6: Encontrar el número que falta usando el 20.

$20 = 11 + \underline{\quad}$

$20 = \underline{\quad} + 8$

... etc.

Paso #7: Trabajar con dobles.

$2 = \underline{\quad} + \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 1 + 1 = \underline{\quad}$

$4 = \underline{\quad} + \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 2 + 2 = \underline{\quad}$

... etc. hasta $20 = 10 + 10$

Paso #8: Añadir dos números de un solo dígito, para una suma entre 11 y 18.

$11 = 5 + \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 5 + 6 = \underline{\quad}$

$15 = 7 + \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 7 + 8 = \underline{\quad}$

... etc.

Paso #9: Añadir un número de dos dígitos a un número de un dígito, hasta una suma de 20.

$10 + 2 = \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 12 = 10 + \underline{\quad}$

$$12 + 4 = \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 16 = 12 + \underline{\quad}$$

$$8 + 12 = \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 20 = 8 + \underline{\quad}$$

... etc.

Paso #10: Añadir un número de dos dígitos a uno de un dígito, para una suma entre 21 y 24.

$$15 + 6 = \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 21 = 15 + \underline{\quad}$$

$$18 + 5 = \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 23 = 18 + \underline{\quad}$$

$$17 + 7 = \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 24 = 17 + \underline{\quad}$$

... etc.

Una Progresión Paso-a-Paso para la Sustracción en 1er Grado

Notas:

- Tome en cuenta que estos pasos para la sustracción están ocurriendo simultáneamente con una progresión paso-a-paso para la adición (ver página previa).
- Aquí, otra vez, hay más pasos y variaciones posibles. ¡Quisiéramos animar a los profesores a que ellos encuentren más pasos!

Paso #1: Los primeros pasos.

$$1 = 1 - \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 1 - 0 = \underline{\quad}$$

$$1 = 2 - \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 2 - \underline{\quad} = 1$$

$$1 = 3 - \underline{\quad} \quad \text{etc.}$$

$$2 = 2 - \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 2 - 0 = \underline{\quad}$$

$$2 = 3 - \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 3 - \underline{\quad} = 2$$

$$2 = 4 - \underline{\quad} \quad \text{etc.}$$

Paso #2: Sustrayendo de 10 y menos.

$$10 = 10 - \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 10 - 0 = \underline{\quad}$$

$$9 = 10 - \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 10 - \underline{\quad} = 9$$

$$8 = 10 - \underline{\quad} \quad \text{etc.}$$

$$9 = 9 - \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 9 - \underline{\quad} = 9$$

$$8 = 9 - \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 9 - 1 = \underline{\quad}$$

$$7 = 9 - \underline{\quad} \quad \text{etc.}$$

$$8 = 8 - \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad \underline{\quad} - 0 = 8$$

$$7 = \underline{\quad} - 1 \quad \rightarrow \quad 8 - 1 = \underline{\quad}$$

$$6 = 8 - \underline{\quad} \quad \text{etc.}$$

Paso #3: Sustrayendo del 10 y menos, con un resultado de 10 o mayor.

$$\begin{aligned} 20 &= 20 - \underline{\quad} && \rightarrow && 20 - 0 = \underline{\quad} \\ 19 &= 20 - \underline{\quad} && \rightarrow && 20 - \underline{\quad} = 19 \\ 18 &= 20 - \underline{\quad} && \text{etc.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 19 &= 19 - \underline{\quad} && \rightarrow && \underline{\quad} - 0 = 19 \\ 18 &= 19 - \underline{\quad} && \rightarrow && 19 - \underline{\quad} = 18 \\ 17 &= 19 - \underline{\quad} && \text{etc.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 18 &= 18 - \underline{\quad} && \rightarrow && 18 - 0 = \underline{\quad} \\ 17 &= 18 - \underline{\quad} && \rightarrow && 18 - \underline{\quad} = 17 \\ 16 &= 18 - \underline{\quad} && \text{etc.} \end{aligned}$$

Paso #4: Sustrayendo de un número de un-dígito desde 11 a 19 con un resultado menor a 10.

$$\begin{aligned} 9 &= 11 - \underline{\quad} && \rightarrow && 11 - 2 = \underline{\quad} \\ 8 &= 11 - \underline{\quad} && \rightarrow && 11 - 3 = \underline{\quad} \\ 7 &= 11 - \underline{\quad} && \text{etc.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9 &= 12 - \underline{\quad} && \rightarrow && 12 - 3 = \underline{\quad} \\ 8 &= 12 - \underline{\quad} && \rightarrow && 12 - \underline{\quad} = 8 \\ 7 &= 12 - \underline{\quad} && \text{etc.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9 &= 13 - \underline{\quad} && \rightarrow && 13 - 4 = \underline{\quad} \\ 8 &= 13 - \underline{\quad} && \rightarrow && 13 - \underline{\quad} = 8 \\ 7 &= 13 - \underline{\quad} && \text{etc.} \end{aligned}$$

Paso #5: Sustrayendo un número de un-dígito entre 21 a 24, con un resultado menor a 20.

$$\begin{aligned} 19 &= 21 - \underline{\quad} && \rightarrow && 21 - \underline{\quad} = 19 \\ 18 &= 21 - \underline{\quad} && \rightarrow && 21 - 3 = \underline{\quad} \\ 17 &= 21 - \underline{\quad} && \text{etc.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 19 &= 22 - \underline{\quad} && \rightarrow && 22 - 3 = \underline{\quad} \\ 18 &= 22 - \underline{\quad} && \rightarrow && 22 - \underline{\quad} = 18 \\ 17 &= 22 - \underline{\quad} && \text{etc.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 19 &= 23 - \underline{\quad} && \rightarrow && 23 - 4 = \underline{\quad} \\ 18 &= 23 - \underline{\quad} && \rightarrow && 23 - 5 = \underline{\quad} \\ 17 &= 23 - \underline{\quad} && \text{etc.} \end{aligned}$$

Paso #6: Encontrando la diferencia entre dos números (trabajando con el número 20).

$$\begin{aligned} 20 - 11 & \text{ (¿Cuál es la diferencia entre 20 y 11?)} \\ 20 - 12 & \text{ (¿Cuál es la diferencia entre 20 y 12?)} \\ 20 - 13 & \text{ (¿Cuál es la diferencia entre 20 y 13?)} \\ & \dots \text{ etc.} \end{aligned}$$

Paso #7: Encontrando la diferencia entre dos números (trabajando entre 21 y 24).

21 – 11 (¿Cuál es la diferencia entre 21 y 11?)

21 – 12 (¿Cuál es la diferencia entre 21 y 12?)

21 – 13 etc.

22 – 11 (¿Cuál es la diferencia entre 22 y 11?)

22 – 12 (¿Cuál es la diferencia entre 22 y 12?)

22 – 13 etc.

23 – 11 (¿Cuál es la diferencia entre 23 y 11?)

23 – 12 (¿Cuál es la diferencia entre 23 y 12?)

23 – 13 etc.

- **SEGUNDO GRADO** -

Síntesis del Desarrollo del Niño en el Segundo Grado

El niño de segundo grado se encuentra en medio de una importante fase de desarrollo (entre los seis y nueve años). Es una etapa dorada, en donde el estudiante todavía es rey de su propio reino. El niño de segundo grado está más lleno de vida y más consciente de lo que ocurre a su alrededor. Incluso puede hasta volverse un poco travieso. Físicamente, la redondez de la infancia ha desaparecido. El estudiante es menos soñador y la boca se cierra. La personalidad y carácter del niño se vuelven más evidentes. Contribuimos a que los niños se sobrepongan a la unilateralidad de su carácter cuando les contamos fábulas y leyendas de santos. La alegría por aprender se basa en hábitos sólidos, ritmos, y canciones. Las fuerzas creativas del niño se incrementan, junto con una habilidad para crear imágenes interiores más vívidas. Crece la confianza en sí mismo, y esta se construye sobre la fundación que se puso en el primer grado. Sin embargo, el estudiante todavía necesita de un liderazgo fuerte por parte del profesor, liderazgo que se expresa en el enfoque consistente y rítmico de las lecciones. Para despertar el intelecto se usa un enfoque artístico.

Respecto a las lecciones de matemáticas, este es el año para introducir las tablas de multiplicar – todo presentado de forma artística. El niño está deseoso de mostrar sus habilidades individuales, como por ejemplo la alegría de encontrar los números que faltan, o el descubrimiento de patrones geométricos en las tablas de multiplicar. A esta edad, las fuerzas de la memoria del niño son muy fuertes, entonces es el momento ideal para empezar a aprender los hechos aritméticos.

Resumen del Currículo para Matemáticas en el Segundo Grado

El mundo de los números

- Los niños deberían de dominar el conteo hasta 100. Deberían de ser capaces de empezar en cualquier lugar y continuar contando, sin dudar, y hacerlo tanto hacia adelante como hacia atrás.
- Los estudiantes deberían de familiarizarse gradualmente con el mundo de los números hasta 1,000 (y posiblemente hasta números mayores).
- *Estimando.* Continuamos construyendo sobre las estimaciones hechas en el primer grado, y se progresa hacia estimaciones más complicadas.

Valor posicional

Se introduce y se practica el valor posicional. Asegúrese de que todos los niños comprendan verdaderamente esto; es un paso importante que debe darse en segundo grado.

Hechos de adición y de sustracción

Hacia fines de año, la clase debería de haber aprendido los hechos de adición y los correspondientes hechos de sustracción (hasta 24) *de memoria*.

Las tablas de multiplicar

- Empezando el segundo grado, la multiplicación y la división van juntas. Las tablas de multiplicar y las tablas de dividir son en realidad la misma cosa.
- Hacia fines de año, la clase debería de sentirse cómoda con todas las tablas de multiplicar y de dividir (desde el 1 hasta el 12). ¡Esto requiere de trabajo diario y sistemático! Lea la *Progresión Paso a Paso de los Hechos Aritméticos* (en el Apéndice).

Las cuatro operaciones

- *Adición.* Hacia fines de año, la clase debería de sentirse *cómoda* al añadir cualquier número de dos-dígitos a un número de un-dígito (ejemplo, $57 + 6$).
- *Sustracción.* Hacia fines de año, la clase debería de sentirse *cómoda* sustrayendo cualquier número de un dígito de un número de dos-dígitos (ejemplo, $52 - 6$), y también sustrayendo números de dos-dígitos de forma que la respuesta sea un número de un-dígito (ejemplo, $72 - 69$).
- Los estudiantes deben de ganar una comprensión profunda del concepto de multiplicación y división, tales como:
 $3 \times 2 = \underline{\quad}$ preguntar: “¿Cuánto hace tres grupos de a dos?”
 $12 \div 3 = \underline{\quad}$ preguntar: “¿Cuántos grupos de a tres caben en 12?”
- Hacia fines de año, los niños deberían de ser capaces de hacer las cuatro operaciones (incluso alternando en la misma página) y saber la diferencia entre los procesos sin ayuda (¡pero mantenga los problemas simples!).
- La introducción tanto de la adición vertical (llevando) y de la sustracción vertical (prestando) debería de esperar hasta tercer grado. Por lo tanto, todo trabajo escrito de las cuatro operaciones debería de hacerse todavía en la forma horizontal (ejemplo: $9 = 5 + 4$, $5 + 4 = 9$).

Orientación en el tiempo

Los niños deberían de sentirse cómodos con los días de la semana y los meses del año. Conceptos como “mañana” y “ayer” deberían de ser usados frecuentemente.

La maravilla del número

Traiga asombro al mundo de los números. Una forma en que esto se puede hacer es con los *patrones geométricos* que surgen de la relación entre las tablas de multiplicar/dividir y el círculo de 10-puntos o el círculo de 12-puntos. (Ver más detalles en el Bloque #1 más abajo.)

Lecturas Recomendadas para el Primer Grado

- Henning Anderson, *Active Arithmetic*. AWSNA Publications.
- Herman von Baravalle, *The Teaching of Arithmetic and the Waldorf School Plan*. Waldorf School Monographs, 1967, third edition.
- Else Göttgens, Joyful Recognition.
- Else Göttgens, Waldorf Education in Practice (disponible en BIBLIOTECA WALDORF).

- Dorothy Harrer, *Math Lessons for Elementary Grades*. AWSNA Publications.
- Christoph Jaffke, *Rhythms, Rhymes, Games and Songs for the Lower School*. Published by Pedagogische Forschung Stelle, Der Bund der Freien Waldorf Schule in Stuttgart.
- Lipping Ma, *Knowing and Teaching Elementary Mathematics*. Lawrence Erlbaum Assoc. Publishers 1919, London.
- Ernst Schuberth, *Teaching Mathematics for First and Second Graders in Waldorf Schools*. Rudolf Steiner College Press.
- John A. van de Walle, *Elementary and Middle School Mathematics*. Virginia Commonwealth University, Longman, NY.

Lecciones y Tópicos para el Segundo Grado

Horario

El currículo pide otra vez doce semanas de matemáticas. El primer bloque debería de ocurrir alrededor del segundo mes del año escolar, el segundo bloque en el quinto, y el último bloque debería de ser un par de meses después. Cada bloque debería de ser de consistir de cuatro semanas, y debería de haber una semana de revisión a fines del año escolar.

¡No se olvide!

- *Cada día*, deberíamos de revisar lo que se hizo en la lección del día anterior.
- *Cada día*, deberíamos de traer algo nuevo a los niños.
- *Cada día*, los estudiantes deberían de practicar el material nuevo y temas seleccionados que ya se han revisado.

Practicar y revisar (el material antiguo)

- Muchos de los temas que se presentan más abajo ya fueron introducidos hace algún tiempo. Para que los niños puedan aprender un tema bien, éste necesita ser revisado sistemáticamente. Obviamente que todos los temas previos no pueden ser revisados cada día. El profesor necesita decidir qué temas son los más importantes para revisar cada día. Algunos de estos temas pueden necesitar ser revisados y practicados casi a diario, incluso cuando la clase no se encuentra en un bloque de matemáticas – aunque esta práctica no debería de tomar más de 10 minutos en total.

El mundo de los números

- Dominar el *conteo* hasta 100, y hasta 1,000 con comodidad – hacia adelante y hacia atrás. Los niños deberían de sentirse muy cómodos haciendo esto por sí solos, sin ayuda.
- *Dictado de números*. Los dictados de números deberían de ser usados para ayudar a los estudiantes a familiarizarse con los números más grandes que surgen cuando se introduce el valor posicional. Los dictados deberían de continuar después que el bloque del valor posicional haya terminado. Los estudiantes necesitan sentirse seguros cuando escriban cualquier número entre 1 y 1,000.
- *Lenguaje*. Diga estos nuevos números grandes de forma cuidadosa (y espere lo mismo de los estudiantes).

Hechos de adición y sustracción

Hacia fin de año, la clase debería de haber aprendido sus hechos de adición (hasta 24) y los correspondientes hechos de sustracción *de memoria*.

Estrategias

Practique usar estrategias para adición y sustracción.

Por ejemplo, $24 + 13$ puede ser visto como $24 + 10 + 3$ ó $20 + 10 + 4 + 3$ ó $24 + 6 + 7$, etc.

Las tablas de multiplicar y de dividir

- Recuerde que las tablas de multiplicar/dividir son la prioridad en las matemáticas del segundo grado.
- Hacia fin de año, la clase debería de sentirse cómoda con todas las tablas de multiplicar y de dividir, desde el 1 hasta el 12. ¡Esto requiere de trabajo diario y sistemático!
- Las tablas de multiplicar y de dividir se trabajan al mismo tiempo. Los estudiantes pueden entonces experimentar cómo la multiplicación y la división se encuentran interrelacionadas.
- Asegúrese de leer la *Progresión Paso a Paso de los Hechos Aritméticos* (en el Apéndice).

Practicar las cuatro operaciones

Los estudiantes deberían de continuar practicando las cuatro operaciones diariamente y desarrollar estrategias para resolver estos problemas. Los estudiantes necesitan practicar una cantidad suficiente de problemas, de forma que empiecen a sentirse más seguros. También, trate de hacer los problemas interesantes. Por ejemplo, usted podría hacerlos de forma tal que se dé una secuencia en las respuestas, como por ejemplo:

$$18 + 17 = 35$$

$$21 + 14 = 35$$

$$29 + 6 = 35$$

¡y entonces, de repente aparece allí un “pequeño dragón” que tiene una respuesta diferente!

$$16 + 18 = 34$$

Tiempo

Una vez que los días, meses, y estaciones han sido cubiertos en la lección principal, todos ellos deberían de ser revisados aunque sea brevemente, de forma que los estudiantes dominen estos conceptos.

Aritmética mental

- Practique diariamente aritmética mental (por 10 minutos o menos).
- La aritmética mental también ayuda a que los niños se vuelvan flexibles en el uso de las cuatro operaciones.
- Deles cálculos como $28 + 5$; $14 \div 2$; 8×5 ; $86 - 3$; $76 - 74$; $42 - 6$; $72 - 69$.
- *Problemas de la “mitad”*. Estos problemas deberían de empezar como algo fácil en el segundo grado y hacerse cada vez más difíciles en los siguientes años. Algunos ejemplos son:

¿Qué número está a mitad de camino entre 25 y 29?

¿Qué número está a mitad de camino entre 5 y 13?

¿Qué número está a mitad de camino entre 5 y 23?

¿Qué número está a mitad de camino entre 25 y 31?

Problemas con palabras

En el segundo grado, los problemas con palabras todavía pueden hacerse a través de historias imaginativas, y también pueden simplificarse durante la parte de aritmética mental de la lección. Algunos ejemplos:

- Un ómnibus vacío se detiene y recoge a 8 personas. En la siguiente parada, bajan 3 personas y entonces suben 4. ¿Cuántas personas hay ahora en el ómnibus?
- Una madre se fue al mercado con sus dos hijos. Compraron 24 naranjas. Se veían tan deliciosas que los tres comieron una naranja inmediatamente. De regreso a casa, los niños se encontraron con un amigo y los tres niños se comieron otra naranja. ¿Cuántas naranjas había en la canasta de la madre cuando llegaron a casa?
- Un padre estaba trabajando en el jardín durante el otoño. Encontró 5 nueces enterradas junto a un árbol, más tarde encontró 6 nueces sobre el piso, y después encontró 8 nueces sobre una repisa en el depósito del jardín. ¿Cuántas nueces había en total?

Cuaderno de práctica

Es bueno que los niños tengan un cuaderno de práctica en el segundo grado. Lo que se hizo durante los ejercicios de movimiento puede ser escrito ahora. Un cuaderno de práctica es muy útil y ayuda a que los niños aprendan cómo organizar su trabajo. El trabajo en este cuaderno de práctica debería de ser hecho también con cuidado y orden.

BLOQUE # 1 DE MATEMÁTICAS: **Valor Posicional y Tablas de Multiplicar**

Material nuevo y contenido

- *Las tablas de multiplicar.*
 - * En este primer bloque empezamos a introducir las tablas de multiplicación y división.
 - * Tenga presente que el objetivo hacia fines de año es que la clase se sienta cómoda con todas las tablas de multiplicar, desde el 1 hasta el 12. Esto requiere de trabajo sistemático diario, y de un planeamiento muy cuidadoso.
 - * Asegúrese de leer *Progresión Paso a Paso de los Hechos Aritméticos* (en el Apéndice).
- *Valor posicional.* Es mejor trabajar con imágenes cuando introducimos el valor posicional.
 - * *Gnomos y gemas.* Podemos crear una historia acerca de unos gnomos que eran mineros y sacaban gemas. Ellos necesitan encontrar un sistema para saber cuántas gemas hay y poder contarlas. Sería bueno que los estudiantes traten primero de imaginarse su propio sistema. Una idea podría ser: Grupos de 10 gemas se ponen en bolsas pequeñas. Grupos de 10 bolsas se ponen en baldes pequeños. Grupos de 10 baldes se ponen en barriles, etc. De esta forma, el número 3,785 es representado por 3 barriles, 7 baldes, 8 bolsas, y 5 gemas. Esta es una historia simpática para ilustrar en el cuaderno de la lección principal. Esta historia puede llevar hacia la siguiente (quizás menos elaborada) historia...
 - * *El aserradero del leñador.* Un leñador tiene un aserradero que produce tablas que se venden en el pueblo. Grupos de 10 tablas se amarran en un atado. Grupos de 10 atados se ponen en una caja. Grupos de 10 cajas se ponen dentro de una carreta jalada por caballos, de esta forma, el número 2,497 es

representado por 2 carretas, 4 cajas, 9 atados, y 7 tablas. Esta historia se presta para que los niños practiquen el valor posicional con palitos de helado, los que se encuentran en la mayoría de tiendas de manualidades. Usted puede dar un gran número de palos a los estudiantes, quizás alrededor de 2,400 palos, y hacer que ellos los agrupen como el leñador, de forma que cuenten todos los palos.

* Después de la introducción del valor posicional, el dictado de números puede contribuir a que los estudiantes practiquen estos recién descubiertos y más grandes números.

- *Las cuatro operaciones.* Desarrolle estrategias para adición y sustracción. Los estudiantes deberían de dominar las sumas hasta el 24, y hacerlas con comodidad hasta el 100. Este trabajo debe de continuar a lo largo del segundo grado.

Movimiento

- *Dando pasos.* Empiece en cualquier número entre 100 y 1000 y haga que la clase entera cuente hacia adelante y hacia atrás. Entonces haga esto en grupos pequeños e individualmente.
- *Aplaudiendo y pisando fuerte.* Practique las tablas de multiplicar aplaudiendo y pisando fuerte de forma rítmica. Por ejemplo, usando la tabla del cuatro: *cuatro* (aplaudir con las manos) *es* (las dos manos sobre los muslos) *uno* (aplaudir con las manos) *por* (cruzar los brazos sobre el pecho) *cuatro* (aplaudir con las manos). ¡Hay muchas posibilidades!

- *El círculo de doce.*²⁶

Todas las tablas de multiplicar pueden salir también de un círculo que se ha dividido en 12 partes. Nos gusta introducir el círculo de doce porque el doce representa una realidad cósmica. Los niños están todavía muy conectados con el cosmos, el mundo del que vienen. Los estudiantes reconocerán el doce en el reloj, y en los doce meses del año (segundo bloque). Podemos hacer esto con todas las tablas de multiplicar (empezando con la tabla del dos). Por ejemplo, consideremos la tabla del cinco. Doce niños se sientan en sillas en un círculo, representando los números del reloj. Otro niño se para en el centro del círculo con una madeja de lana. El niño que representa el número 12 (que también es cero) sostiene una punta de la lana. El niño en el centro da 5 pasos y termina en el número 5. Este niño coge la lana y todos dicen: “cinco es igual a uno por cinco.” De esta forma, el niño del medio pasa a través de todos los números de la tabla del cinco hasta llegar a $60 = 12 \times 5$. La lana le dio la vuelta al círculo varias veces. Una vez completado esto, habremos creado juntos una hermosa estrella de doce puntas.

Tablas del 1 y del 11: figura de doce lados (dodecágono)

Tablas del 2 y del 10: figura de seis lados (hexágono)

Tablas del 3 y del 9: figura de cuatro lados (rombo)

Tablas del 4 y del 8: figura de tres lados (triángulo)

Tablas del 5 y del 7: estrella de 12 puntas

Tabla del 6: una línea vertical

Tabla del 12: un punto

²⁶ Presentamos aquí dos opciones (el círculo-de-12 y el círculo-de-10) para trabajar con las tablas de multiplicar dentro de un círculo. Instamos al profesor a que escoja una de las dos opciones. El hacer ambos círculos en segundo grado no es recomendable, pues sería confuso para los estudiantes.

- *El círculo de diez.*

* Todo el proceso anterior (el que se acaba de describir con el círculo-de-12) puede también ser hecho con el círculo-de-diez. En este caso, empezamos con un círculo de 10 puntos, en donde cada niño dentro del círculo representa los dígitos de cero a nueve. El patrón que obtenemos ahora con la lana sigue al último dígito de la tabla escogida.

* Por ejemplo, si usamos la tabla del cuatro, la lana es pasada desde el 4 (4 = 1×4), hacia el 8 (8 = 2×4), hacia el 2 (porque en el tercer paso, 12 = 3×4 , que tiene a 2 como su último dígito), hacia el 6 (16 = 4×4), hasta el 0 (20 = 5×4), y entonces los dígitos se repiten de forma que la lana vuelve a visitar a los mismos cinco niños: 24 = 6×4 ;

28 = 7×4 ; 32 = 8×4 ; 36 = 9×4 ; 40 = 10×4 ; 44 = 11×4 ; y finalmente, 48 = 12×4 . Hemos creado una estrella de cinco puntas, la que se sigue repitiendo, una y otra vez, no importa qué tan lejos decidamos ir – incluso si llegáramos hasta $100 = 25 \times 4$ (lo que podría ser demasiado ambicioso), continuaríamos obteniendo estrellas de 5 puntas, yuxtapuestas una encima de la otra.

Tablas del 1 y del 9: figura de diez lados (decágono)

Tablas del 2 y del 8: figura de cinco lados (pentágono)

Tablas del 3 y del 7: estrella de diez puntas

Tablas del 4 y del 6: estrella de cinco puntas

Tabla del 5: línea vertical

* ¿Por qué las tablas del cuatro y del seis producen el mismo patrón geométrico? ¡Porque tienen cualidades similares! El último dígito de la tabla del cuatro recurre cada cinco pasos (4,8,2,6,0), y la tabla del seis tiene el mismo ciclo, pero al revés (6,2,8,4,0). De la misma forma, la tabla del uno, la tabla del nueve, y la tabla del once, todas producen la misma figura de diez lados; la tabla del dos, la tabla del ocho, y la tabla del doce todas producen pentágonos; y la tabla del tres, y la tabla del siete, ambas producen hermosas estrellas de 10 puntas.

* Por supuesto, ¡todo esto puede ser un descubrimiento bastante increíble para el niño de segundo grado! Llegarán a darse cuenta de que si los números de dos tablas suman diez, sus tablas de multiplicar producirán el mismo patrón geométrico, pero éste será producido al revés. Esto es porque los últimos dígitos de sus tablas siguen el mismo patrón.

- *Más ideas para movimiento.* Para obtener más ideas sobre movimiento, ver el libro de Henning Andersen, *Active Arithmetic*.

Trabajando con objetos

- Los objetos deberían de usarse menos en el segundo grado que lo que se usaron en el primer grado, pero muy probablemente habrá algunos niños que todavía necesitarán de objetos (ejemplo: una pita con nudos).
- La línea numérica en la pared del salón se puede usar para juegos, etc. Podemos hacer preguntas como: ¿Dónde está el número que es 5 más que 26?
- Los juegos de mesa pueden ser divertidos, y algunos juegos con dados pueden ayudar a practicar la aritmética mental. (Ver el Apéndice para una lista de juegos para las matemáticas de la primaria).

Trabajo en el cuaderno

- Las hermosas formas geométricas que creamos durante nuestros ejercicios de movimiento (ya sea con el círculo de 12 puntos o con el círculo de 10 puntos) pueden ser ahora dibujadas en los cuadernos de la lección principal de los niños.
- Asegúrese de visitar nuestra página web (www.meaningfulmathbooks.com) para ver páginas a color de cuadernos de la lección principal de estudiantes.

BLOQUE # 2 DE MATEMÁTICAS: Tiempo

Material nuevo y contenido

- *Orientación en el tiempo.* El objetivo principal de este bloque es el tiempo: los días de la semana, los meses, y el reloj. Esta es la primera vez que se espera que los niños puedan decir la hora de un reloj con manecillas.
- *Las tablas de multiplicar y dividir.*
 - * Se busca que hacia fines del año, la clase se sienta cómoda con todas las tablas de multiplicar y de dividir, desde el 1 al 12. Esto requiere de práctica sistemática diaria, y de un planeamiento muy cuidadoso.
 - * Asegúrese de leer *Progresión Paso a Paso de los Hechos Aritméticos* (en el Apéndice).
- *Las cuatro operaciones.* Poco a poco podemos traer problemas más difíciles (¡pero no tan difíciles!) a los niños. Los problemas se presentan tanto oralmente (con la aritmética mental) como de forma escrita. Continúe desarrollando estrategias.
- *Valor posicional.* Deberíamos de revisar y avanzar un poco más aquello que fue introducido durante el primer bloque.
- *Dictado de números.* Los dictados de números deberían de hacerse para ayudar a los estudiantes a comprender el valor posicional. Con estos dictados de números podemos variar los dígitos ligeramente, como por ejemplo: 21, 12, 23, 32, 41, 14, 112, 121, 211, etc.
- *Hacer un calendario.* Sería mejor si este bloque ocurriera en enero, que es el tiempo ideal para hacer calendarios.}
- En el libro de Christoph Jaffke, *Rhythm Rhyme Games and Songs for the Lower School (Ritmos Rimas Juegos y Canciones para la Primaria)*, uno puede encontrar poemas excelentes para el tema del tiempo y la estación.
- *¡No se olvide de revisar y practicar!* El material previamente introducido necesita ser revisado, practicado, y desarrollado.

Movimiento

- *Ejercicios de movimiento para las tablas de multiplicar.* Continúe encontrando ejercicios de movimiento interesantes para las tablas de multiplicar que usen palos, bolsitas con lentejas, y más.
- *Ejercicios de movimiento para el valor posicional.* El profesor de clase puede encontrar e inventar una variedad de juegos que ayuden a practicar la posición de dígitos.
- *Moviendo las cuatro operaciones sobre la línea numérica.* Por ejemplo, si usted empieza en el 38, y avanza diez pasos hacia adelante, ¿dónde termina? Y, ¿si es que da otro paso? También podemos hacer esto con la sustracción. Esto también puede servir para desarrollar estrategias. Por ejemplo, en lugar de avanzar hacia adelante 13 pasos, primero podríamos dar diez pasos y después dar tres pasos.
- *Moviéndose con el reloj.* El reloj puede ser visualizado haciendo un círculo con 12 estudiantes, y las manijas de la hora y de los minutos pueden ser dos estudiantes diferentes.
- *Moviéndose con las semanas y los meses.* Caminamos los días de la semana y los meses del año hacia adelante y hacia atrás con la clase, en pequeños grupos e individualmente.

Trabajando con objetos

- *Hacer un reloj.* Los estudiantes pueden hacer un reloj con cartón, y practicar con este.

Trabajo en el cuaderno

- Los estudiantes deberían de continuar incorporando las tablas de multiplicación y división en sus cuadernos de la lección principal de una forma artística.
- Los estudiantes pueden hacer un calendario con una página por mes. Podemos darles una fotocopia con el formato de los cuadrados para los números, la que ellos pueden pegar sobre un pedazo de papel. Cada página tiene un poema para el mes, y también tiene un dibujo, e incluye el cumpleaños de sus compañeros.
- Asegúrese de visitar nuestra página web (www.meaningfulmathbooks.com) para ver páginas a color de cuadernos de la lección principal de estudiantes.

BLOQUE # 3 DE MATEMÁTICAS: ¡Reuniéndolo todo!

Material nuevo y contenido

- El propósito principal de este bloque de la lección principal es reunir todo aquello que fue introducido previamente. Por supuesto, siempre es mejor encontrar variaciones nuevas del material introducido previamente. Nuevos juegos, adivinanzas y/o acertijos pueden ser añadidos.
- *Las tablas de multiplicar.*
 - * Terminar las tablas hasta el 12 de forma artística.

* Recuerde que para fin de año, la clase debería de sentirse cómoda con todas las tablas de multiplicar desde el 1 hasta el 12. Esto requiere práctica sistemática diaria, y un planeamiento muy cuidadoso.

* Asegúrese de leer *Progresión Paso a Paso de los Hechos Aritméticos* (en el Apéndice).

* Los niños deberían de crear un cuadro con todas las tablas, poco después que hayan sido introducidas todas las tablas (del 1 al 12). Este cuadro debe de ser hecho de forma hermosa, con colores hermosos. Los niños pueden entonces tratar de encontrar secretos escondidos y patrones en este cuadro de las tablas de multiplicar.

- *Las cuatro operaciones.*

- * Continuamos trabajando con las cuatro operaciones.

- * Asegúrese de que los conceptos de multiplicación y división están claros.

- *¡No se olvide de revisar y practicar!* El material previamente introducido necesita ser revisado, practicado, y desarrollado. (Ver más arriba *Práctica y revisión del material antiguo bajo Lecciones y Tópicos para las Matemáticas del Segundo Grado*).

Movimiento

- *Ejercicios rítmicos.* Deberíamos de continuar con ejercicios diarios rítmicos, pero ahora podemos hacer movimientos más complicados para las tablas de multiplicar, y traer muchas variaciones.
- Por ejemplo, podríamos aplaudir en los números que están en la tabla del dos, y, al mismo tiempo, pisar con nuestro pie en los números que están en la tabla del tres. Todo esto ocurre mientras que decimos los números de forma secuencial. (Ver más abajo en donde hay que “a” = aplaudir, y “p” = pisar.) Podemos también usar instrumentos de percusión.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16
a p a ap a p a ap a p a

Trabajando con objetos

- Los objetos se usan cada vez menos frecuentemente. (Ver *Acerca de la línea numérica y objetos* bajo *El arte de la enseñanza de matemáticas* más arriba.)

Trabajo en el cuaderno

- Los niños deberían de terminar su trabajo con las tablas de multiplicar en su cuaderno.
- El *cuadrado de las tablas de multiplicar* debería de ser hecho de forma hermosa.
- Asegúrese de visitar nuestra página web (www.meaningfulmathbooks.com) para ver páginas a color de cuadernos de la lección principal de estudiantes.

Más Ideas para Enseñar Matemáticas en el Segundo Grado

(Asegúrese de releer la sección, *Pensamientos sobre la Enseñanza de Matemáticas en la Primaria*, el que se encuentra al comienzo de este libro)

Propiedad conmutativa. Hace años, los colegios enseñaban la propiedad conmutativa (por ejemplo que 4×3 es lo mismo que 3×4), y también la propiedad asociativa – ambas de una forma muy abstracta. No existe, por supuesto, una razón valedera para que familiaricemos a los niños con estos términos, pero sí deseamos buscar oportunidades para que los niños descubran los principios detrás de todo esto. Para los niños, 5×3 (cinco grupos de a tres) es un proceso muy diferente que 3×5 (tres grupos de a cinco). De la misma forma, $2+6$ es un proceso diferente que $6+2$, y sin embargo ambos nos dan la misma suma. Este puede ser un momento emocionante de descubrimiento para los niños cuando se dan cuenta por sí mismos de que pueden cambiar el orden de los números que están siendo multiplicados o sumados y que el resultado es el mismo.

Diferentes tipos de sustracción

- *Tres formas de mirar el “menos”.* Hay (por lo menos) tres formas de mirar un problema de sustracción. (Esto es para que el profesor lo tome en cuenta; los alumnos no estarán plenamente conscientes de esto hasta 3er grado.) Usando el ejemplo de $20 - 13$:
 1. *Como un problema de quitar (sustracción).* Le quitamos 13 a 30.
 2. *Como un problema de diferencia.* Nos preguntamos: “¿Qué tan separados están el 13 del 20?” ó “¿Cuántos pasos hay entre el 13 y el 20?” Esto se les aclarará a los estudiantes una vez que se hayan movido sobre la línea numérica.
 3. *Como el reverso de la adición.* Nos preguntamos: “¿13 más qué nos da 20?”
- El objetivo es desarrollar flexibilidad en el pensamiento de los niños, de forma que ellos lo miren como un problema de *diferencia*, y a veces como un problema de *quitar*, dependiendo de qué enfoque sea más fácil para un problema determinado.
- El profesor debería de tratar de ser consistente en el uso de las palabras “quitar”, “diferencia”, “sustraer”, etc. Al decir “26 menos 14”, dejamos el problema abierto para que los niños lo resuelvan ya sea *quitando* ó *encontrando la diferencia*.
- Los estudiantes deberían de realizar la sustracción predominantemente de forma horizontal (y en la aritmética mental) hasta bien entrado el tercer grado, y después.

Hablar correctamente. Es importante que los estudiantes pronuncien el número correctamente. Por ejemplo, 258 debería de decirse como “doscientos-cincuenta-y-ocho”, no “dos-cinco-ocho”, ni tampoco como “doscientos- y-cincuenta-y-ocho”.

Todavía no “llevar” ni “prestar”. Es mejor retrasar la adición y sustracción vertical hasta tercer grado.

Una Progresión Paso-a-Paso para la Adición en 2º Grado

Notas:

- Por supuesto que hay más pasos posibles que los presentados más abajo. Sólo se busca dar al profesor algunas ideas de lo que podría hacer al trabajar de una forma estructurada.
- Importante: recuerde que todo esto es “aritmética mental”. La adición vertical no se introduce sino hasta tercer grado.
- Debido a que estos problemas no se hacen usando la adición vertical (llevando), todo esto conduce a desarrollar estrategias. Por ejemplo, después de haber trabajado bastante de esta forma, imagínesse todas las posibilidades que un estudiante podría encontrar para resolver $46 + 19$.
- La respuesta no tiene que aparecer siempre al final del problema; es importante variar la presentación de estos problemas para que los estudiantes se flexibilicen. Por ejemplo, en lugar de $29 + 6 = \underline{\quad}$, lo podríamos escribir como $29 + \underline{\quad} = 35$.
- Es importante encontrar “la historia” detrás del problema, o “traducir” el problema al lenguaje hablado. Por ejemplo, con $7 + \underline{\quad} = 12$, yo me pregunto a mí mismo, “¿Qué tanto tengo que agregarle a 7 para llegar a 12?” ó “¿Siete más qué hace doce?” ó “¿Cuál es la diferencia entre 12 y 7?”

Paso #1: Añadiendo múltiplos de 10.

$$\begin{array}{l} 10 + 10 = \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 20 = 10 + \underline{\quad} \\ 20 + 10 = \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 30 = 20 + \underline{\quad} \\ 30 + 10 = \underline{\quad} \quad \text{etc.} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 20 + 20 = \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 40 = 20 + \underline{\quad} \\ 30 + 20 = \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 50 = 30 + \underline{\quad} \\ 40 + 20 = \underline{\quad} \quad \text{etc.} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 30 + 30 = \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 60 = 30 + \underline{\quad} \\ 40 + 30 = \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 70 = 40 + \underline{\quad} \\ 50 + 30 = \underline{\quad} \quad \text{etc.} \end{array}$$

Paso #2: Dos-dígitos más un-dígito (sin llevar).

$$\begin{array}{l} 25 + 3 = \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 28 = \underline{\quad} + 3 \\ 36 + 2 = \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 38 = \underline{\quad} + 2 \\ 72 + 5 = \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 77 = \underline{\quad} + 5 \\ \text{etc.} \end{array}$$

Paso #3: Añadiendo 10.

$$\begin{array}{l} 25 + 10 = \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 35 = \underline{\quad} + 10 \\ 36 + 10 = \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 46 = \underline{\quad} + 10 \\ 58 + 10 = \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 68 = \underline{\quad} + 10 \\ \text{etc.} \end{array}$$

Paso #4: Dos-dígitos más un múltiplo de 10.

$$\begin{array}{l} 25 + 30 = \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 55 = \underline{\quad} + 30 \\ 36 + 40 = \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 76 = \underline{\quad} + 40 \end{array}$$

$$58 + 20 = \underline{\quad} \rightarrow 78 = \underline{\quad} + 20$$

Paso #5: Un número de dos-dígitos más un número entre 10 y 20 (sin llevar)

$$35 + 13 = \underline{\quad} \rightarrow 48 = 35 + \underline{\quad}$$

$$74 + 12 = \underline{\quad} \rightarrow 86 = 74 + \underline{\quad}$$

$$52 + 16 = \underline{\quad} \rightarrow 68 = 52 + \underline{\quad}$$

etc.

Paso #6: Un número de dos-dígitos más un número entre 10 y 20, y con los números de las unidades sumando hasta 10.

$$44 + 16 = \underline{\quad} \rightarrow 60 = 44 + \underline{\quad}$$

$$67 + 13 = \underline{\quad} \rightarrow 80 = 67 + \underline{\quad}$$

$$63 + 17 = \underline{\quad} \rightarrow 80 = 63 + \underline{\quad}$$

$$81 + 19 = \underline{\quad} \rightarrow 100 = 81 + \underline{\quad}$$

etc.

Paso #7: Duplicando dos-dígitos.

$$24 + 24 = \underline{\quad} \rightarrow 48 = \underline{\quad} + \underline{\quad}$$

$$32 + 32 = \underline{\quad} \rightarrow 64 = \underline{\quad} + \underline{\quad}$$

$$45 + 45 = \underline{\quad} \rightarrow 90 = \underline{\quad} + \underline{\quad}$$

$$49 + 49 = \underline{\quad} \rightarrow 98 = \underline{\quad} + \underline{\quad}$$

etc.

Paso #8: Añadir cualquier número de dos-dígitos. ¡El gran paso, el gran reto!

$$53 + 18 = \underline{\quad} \rightarrow 71 = 53 + \underline{\quad}$$

$$43 + 19 = \underline{\quad} \rightarrow 62 = 43 + \underline{\quad}$$

$$26 + 54 = \underline{\quad} \rightarrow 80 = 26 + \underline{\quad}$$

$$48 + 34 = \underline{\quad} \rightarrow 82 = 48 + \underline{\quad}$$

etc.

Una Progresión Paso-a-Paso para la Sustracción en 2º Grado

Notas:

- Por supuesto que hay más pasos posibles que los presentados más abajo. Sólo se busca darle al profesor algunas ideas de lo que se podría hacer al trabajar de una forma estructurada.
- Importante: recuerde que todo esto es “aritmética mental”. La sustracción vertical no se introduce sino hasta tercer grado.
- Debido a que estos problemas no se hacen usando la sustracción vertical (prestando), todo esto conduce a desarrollar estrategias. Por ejemplo, después de haber hecho bastante de este tipo de trabajo, imagínese todas las formas que un estudiante podría encontrar para $42 - 15$.
- La respuesta no tiene que aparecer siempre al final del problema; es importante variar la presentación de estos problemas, para que los estudiantes sean flexibles. Por ejemplo, en lugar de $29 - 6 = \underline{\quad}$, lo podríamos escribir como $29 - \underline{\quad} = 23$ ó $\underline{\quad} - 6 = 23$.
- Es importante encontrar “la historia” detrás del problema, o “traducir” el problema en el lenguaje hablado. Por ejemplo, con $17 = 22 - \underline{\quad}$, yo me pregunto a mí mismo, “¿Qué tanto tengo que quitarle a 22 para así llegar a 17?”

Paso #1: Sustrayendo múltiplos de 10.

$$20 - 10 = \underline{\quad} \rightarrow 10 = 20 - \underline{\quad}$$

$$70 - 30 = \underline{\quad} \rightarrow 40 = 70 - \underline{\quad}$$

$$100 - 60 = \underline{\quad} \rightarrow 40 = 100 - \underline{\quad}$$

etc.

Paso #2: Sustrayendo un-dígito de dos-dígitos (*sin* reagrupar).

$$29 - 3 = \underline{\quad} \rightarrow 26 = 29 - \underline{\quad}$$

$$35 - 4 = \underline{\quad} \rightarrow 31 = 35 - \underline{\quad}$$

$$77 - 6 = \underline{\quad} \rightarrow 71 = 77 - \underline{\quad}$$

etc.

Paso #3: Sustrayendo un-dígito de dos-dígitos (*con* reagrupar).

$$21 - 3 = \underline{\quad} \rightarrow 18 = \underline{\quad} - 3$$

$$35 - 8 = \underline{\quad} \rightarrow 27 = \underline{\quad} - 8$$

$$77 - 9 = \underline{\quad} \rightarrow 68 = \underline{\quad} - 9$$

etc.

Paso #4: Sustrayendo dos números de dos-dígitos, resultando en un número de un-dígito, *parte I*.

$$29 - 23 = \underline{\quad} \rightarrow 6 = 29 - \underline{\quad}$$

$$35 - 31 = \underline{\quad} \rightarrow 4 = 35 - \underline{\quad}$$

$$77 - 72 = \underline{\quad} \rightarrow 5 = 77 - \underline{\quad}$$

etc.

Paso #5: Sustrayendo dos números de dos-dígitos, resultando en un número de un-dígito, *parte II*.

$$33 - 26 = \underline{\quad} \rightarrow 6 = 29 - \underline{\quad}$$

$$44 - 38 = \underline{\quad} \rightarrow 4 = 35 - \underline{\quad}$$

$$77 - 68 = \underline{\quad} \rightarrow 9 = 77 - \underline{\quad}$$

etc.

Paso #6: Sustrayendo múltiplos del 10.

$$33 - 10 = \underline{\quad} \rightarrow 23 = 33 - \underline{\quad}$$

$$59 - 20 = \underline{\quad} \rightarrow 39 = 59 - \underline{\quad}$$

$$87 - 40 = \underline{\quad} \rightarrow 47 = \underline{\quad} - 40$$

etc.

Paso #7: Sustrayendo 11 de 19 *sin* reagrupar.

$$48 - 15 = \underline{\quad} \rightarrow 33 = 48 - \underline{\quad}$$

$$56 - 12 = \underline{\quad} \rightarrow 44 = 56 - \underline{\quad}$$

$$97 - 16 = \underline{\quad} \rightarrow 81 = 97 - \underline{\quad}$$

etc.

Paso #8: Sustrayendo 11 de 19, resultando en un múltiplo de diez.

$$48 - 18 = \underline{\quad} \rightarrow 30 = 48 - \underline{\quad}$$

$$56 - 16 = \underline{\quad} \rightarrow 40 = 56 - \underline{\quad}$$

$$97 - 17 = \underline{\quad} \rightarrow 80 = \underline{\quad} - 17$$

etc.

Paso #9: Sustrayendo 11 de 19, *con* reagrupar – desarrollando estrategias.

$$53 - 18 = \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 35 = 53 - \underline{\quad}$$

(quizás haga $53 - 10 - 3 - 5$, ó $53 - 20 + 2$)

$$82 - 14 = \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 68 = 82 - \underline{\quad}$$

$$47 - 18 = \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 29 = 47 - \underline{\quad}$$

etc.

Paso #10: Sustrayendo cualquier número de dos-dígitos. ¡Los problemas más difíciles!

$$53 - 38 = \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 15 = 53 - \underline{\quad}$$

$$63 - 28 = \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 35 = 63 - \underline{\quad}$$

$$87 - 38 = \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad 49 = 87 - \underline{\quad}$$

etc.

- TERCER GRADO -

Síntesis del Desarrollo del Niño en el Segundo Grado

Los años dorados llegan a un final conforme el niño se sale de su pequeño reino. Este es el cambio de los 9/10 años, el que generalmente llega hacia finales del tercer grado. Para el niño, esto puede sentirse como una tremenda pérdida y volverlo inseguro. Esto es acompañado con una separación entre el niño y el mundo que lo rodea. El niño también puede experimentar que su profesora ha cambiado. El niño puede volverse solitario, inseguro, crítico.

Para ayudar a los niños con esta fase de su desarrollo es que estudiamos el Antiguo Testamento. El mandato y las lecciones de las historias del pueblo hebreo ayudan a que el niño se sienta más seguro interiormente. Los bloques de la lección principal como huerto y construcción de viviendas ayudan a que el niño desarrolle una nueva relación con el mundo que lo rodea.

Todavía hay un fuerte deseo por querer aprender; esta es una etapa de verdadero florecer. Con la fundación sólida de los primeros dos grados, los niños pueden aplicar su conocimiento matemático a situaciones prácticas, del día a día. Una vez que los estudiantes se sienten nutridos, se vuelven menos ansiosos acerca de entrar en esta nueva fase de sus vidas. En la enseñanza de matemáticas, esto significa que podemos traerles la medición y la aritmética vertical.

Resumen del Currículo para Matemáticas en el Segundo Grado

El mundo de los números

- El mundo de los números se hace fluido hasta 1000, y con facilidad con los números hasta los millones.
- El dictado de números debería de continuar en el tercer grado.
- El trabajo de posicionar dígitos debería de continuar, pero ahora con números más grandes.

¡Aprendiendo todos los Hechos Aritméticos! (¡Muy importante!)

- Ahora es el momento de aprender los hechos de multiplicación y división (que devienen de estas tablas), así como los hechos de adición y sustracción. El trabajo de base se hizo en segundo grado, cuando los niños aprendieron sus tablas de multiplicar/dividir (1-12).
- *Ver Todo acerca de las Hojas de Práctica de los Hechos de Aritmética para el Tercer Grado, y Progresión Paso a Paso de los Hechos Aritméticos* (en el Apéndice).

Las cuatro operaciones: Trabajando verticalmente. Antes del tercer grado, los niños han estado trabajando sólo con problemas escritos horizontalmente.

- *Adición Vertical.* Esta es la primera experiencia trabajando verticalmente. Lentamente, construya el añadir dos números de 4-dígitos. Problemas con adición vertical pueden ser practicados extensamente.
- *Sustracción Vertical.* Quizás, menos tiempo se pasa aquí que con la adición vertical. No lo haga muy complicado; mucho más sustracción vertical se hará en cuarto grado.
- *Multiplicación Vertical.* Como con la sustracción vertical, esto podría ser sólo una introducción. En tercer grado, la multiplicación vertical debería de estar limitada a múltiplos de un solo dígito (algo como

2347x5 debería de ser lo más difícil). ¡No se exceda! Múltiplos de dos-dígitos deberían de esperar al cuarto grado.

- *División Vertical.* ¿Para el tercer o cuarto grado? La división vertical es un procedimiento muy complicado para muchos niños. Requiere dividir con residuo, multiplicación y sustracción. Requiere que los niños dominen sus tablas de multiplicar y dividir. Requiere que los estudiantes sean sistemáticos y organizados en su trabajo. Por todas estas razones, cada profesor necesita considerar cuidadosamente si es que su grupo está verdaderamente listo para la división vertical al final del tercer grado, o es mejor esperar hasta el cuarto grado.

Si la división vertical es introducida en el tercer grado, entonces los problemas de división deberían de limitarse a problemas con dos-pasos (como $152 \div 4 = 38$) que tienen divisores entre 1 y 12. ¡Manténgalo simple!

Las cuatro operaciones: Trabajando horizontalmente. A pesar de que ya se introdujo el cómo trabajar las cuatro operaciones de forma vertical, el grueso del trabajo de los niños con las cuatro operaciones es todavía en la forma horizontal – como está en sus *hojas de práctica de los hechos aritméticos*. Deberíamos de empezar a practicar problemas de división horizontal que tengan un residuo (como $46 \div 7$).

Medición

- ¡Este es un bloque divertido, de mucha acción!
- En esta lección principal, introducimos tiempo, distancia, peso y volumen.
- Adicionalmente, el trueque y el uso del dinero es manejado de una forma simple y práctica.
- El estimar es también una parte importante de este bloque.

Lecciones y Tópicos para el Segundo Grado

Horario

El currículo pide otra vez doce semanas de matemáticas (tres bloques de cuatro semanas cada uno), con una semana de revisión al final del año escolar.

¡No se olvide!

- *Cada día*, deberíamos de revisar lo que se hizo en la lección del día anterior.
- *Cada día*, deberíamos de traer algo nuevo a los niños.
- *Cada día*, los estudiantes deberían de practicar el material nuevo y temas seleccionados que ya se han revisado.

Practicar y revisar (material antiguo)

- Muchos de los temas que se presentan más abajo ya fueron introducidos hace algún tiempo. Para que los niños puedan aprender un tema bien, este necesita ser sistemáticamente revisado. Obviamente, todos los temas previos no pueden ser revisados cada día. El profesor necesita decidir cuáles tópicos son los más importantes de revisar cada día. Algunos de estos temas pueden necesitar ser revisados y practicados casi a diario, ya sea que la clase esté o no en un bloque de matemáticas. Como una guía

general, la clase debería de practicar 30 minutos diarios, durante un bloque de matemáticas, y alrededor de 10 minutos diarios (en la mañana) cuando no estén en un bloque de matemáticas.

Hojas diarias de práctica. Aprendiendo los hechos aritméticos de memoria.

- El trabajo de base se hizo en segundo grado, cuando los niños aprendieron sus tablas de multiplicar/dividir (1-12), en fila. Ahora tienen que aprender los hechos de la multiplicación y división (que vienen de estas tablas), sin ningún orden, así como todos los hechos de adición y sustracción.
- Recuerde que la multiplicación y la división siempre van juntas. Si estamos trabajando con algún hecho particular de la multiplicación (como $7 \times 4 = 28$), entonces estamos trabajando con el hecho de división correspondiente (como $28 \div 4 = 7$ y $28 \div 7 = 4$) al mismo tiempo. Adicionalmente, los hechos deberían de ser practicados de una variedad de formas diferentes, como $7 \times __ = 28$, y $__ \div 4 = 7$.
- Asegúrese de leer *Todo acerca de las Hojas de Práctica de los Hechos de Aritmética para el Tercer Grado*. También lea *Progresión Paso a Paso de los Hechos Aritméticos* en el Apéndice.

Las tablas de multiplicar/dividir

- *Movimiento*. Mire nuestro ejemplo en segundo grado, en donde hicimos la tabla del dos (aplaudiendo) y la del tres (pisando) mientras contábamos. Ahora, podemos agregar el mover nuestras cabezas hacia abajo con la tabla del cuatro. Henning Anderson da otros ejemplos.
- Cada vez que hacemos una tabla de multiplicar con los ejercicios de movimiento, deberíamos de encontrar también una forma de escribirlo en nuestros cuadernos de la lección principal de una forma que muestre las relaciones.

Practicar las cuatro operaciones

- Aunque a los niños de tercer grado se les está introduciendo la aritmética vertical, ellos todavía deberían de practicar la aritmética horizontal (con sus hojas diarias de práctica). Es también importante el mantener diariamente aritmética mental (¡hasta octavo grado!). Todo esto ayuda a asegurar que su sentido por el número continúa desarrollándose y que ellos fortalecen su habilidad de hacer cálculos simples en sus cabezas.
- Deberíamos de continuar animando a los niños para que encuentren estrategias con las cuatro operaciones.
- Deberíamos de empezar a practicar problemas de división simple que resulten en un residuo (como $46 \div 7$).

Aritmética mental

- Practique aritmética mental diariamente (por 10 minutos o menos), y continúe desarrollando estrategias a través de este trabajo.
- Trabaje cálculos como $46 + 5$; $28 + 31$; $75 - 58$; $73 - 4$; $24 \div 4$; $100 - 13$; $51 = 46 + __$.
- *Problemas de la "mitad"*. Estos problemas deberían de empezar como algo fácil en el segundo grado y, ahora, en el tercer grado, pueden ser un poco más complicados. Algunos ejemplos son:
 - ¿Qué número está a mitad de camino entre 25 y 41?
 - ¿Qué número está a mitad de camino entre 25 y 61?
 - ¿Qué número está a mitad de camino entre 250 y 450?

Problemas con palabras. Acertijos simples, adivinanzas, y juegos, pueden ser valiosos a esta edad.

Revisar el reloj. Los estudiantes aprendieron a decir la hora en segundo grado. Necesitamos revisar y practicar esto, de forma que dominen el usar el reloj.

Cuaderno de práctica. En el segundo grado, los niños empezaron con un cuaderno de prácticas, con el que se debe de continuar en tercer grado, y en grados superiores. Como siempre, el trabajo en este cuaderno debe de ser hecho con cuidado y orden. En el tercer grado, la profesora le enseña a los niños cómo organizar su trabajo.

El mundo de los números. Revisamos el contar hasta 1000, y más allá, hacia adelante y hacia atrás. Los dictados de los números deberían de continuar.

BLOQUE # 1 DE MATEMÁTICAS

Material nuevo y contenido

- *Adición y sustracción vertical* (“llevando y prestando”). Este es un tema nuevo (¡y emocionante!). Esta es sólo una introducción a la adición y sustracción vertical. A lo largo del curso del año, iremos construyendo hasta sumar dos números de 4-dígitos (como $8364+8375$) y sustraer dos números de 3-dígitos (como $643-387$).
Terminología. Trate de no usar la palabra “prestar” con los estudiantes, porque nunca devolvemos nada en el proceso. No usaremos “prestar”, pero en su lugar llamaremos al procedimiento entero “sustracción vertical”, y la estrategia que nos ayuda en esta situación delicada (en donde en una columna dada, el dígito superior es menor que el dígito de abajo) lo llamaremos “reagrupar”. Los estudiantes deben de sentirse seguros primero con posicionar dígitos. Por lo tanto, una revisión de lo que se hizo en segundo grado sería necesaria.
Es importante revisar también el reagrupar de números. Por ejemplo, ¿cómo podemos reagrupar 53 como la suma de dos números? Se puede escribir como $53=50+3$, o $53=40+13$, o $53=30+23$, o $53=52+1$, o $53=48+5$, etc.
Asegúrese de leer una *Progresión Paso a Paso de los Hechos Aritméticos* en el Apéndice y *Más Ideas para la Enseñanza de Matemáticas en el Tercer Grado* más abajo.
- *¡No se olvide de revisar y practicar!* El material introducido previamente necesita ser revisado, practicado, y avanzado.

Movimiento

- Las tablas de multiplicar deberían de ser hechas ahora con movimientos más complicados. Diferentes tablas de multiplicar podrían ser “movidas” al mismo tiempo.

Ejemplo: Podemos aplaudir la tabla del dos, pisar con la del tres, y mover la cabeza con la del seis.

Ejemplo: Con las tablas del 3, 6, 9, y 12, haga que un estudiante cuente, quizás con un tambor, y asigne al resto de la clase diferentes tablas (3, 6, 9, 12). Movimientos diferentes se asignan a cada tabla. Quizás los flemáticos deberían de tener la tabla del 3, de forma que sean los que más tengan que moverse.

Trabajando con objetos

- Los estudiantes deberían ahora de ser capaces de imaginarse el reagrupar números, por lo tanto, los objetos deberían de ser evitados.

Trabajo en el cuaderno

- Los estudiantes deberían de agregar varios problemas de adición y sustracción vertical en sus cuadernos.
- ¡El trabajo necesita ser limpio y ordenado! Use colores apropiados (verde para el signo de la adición, azul para la sustracción, amarillo para la multiplicación, y rojo para la división).
- Asegúrese de visitar nuestra página web (www.meaningfulmathbooks.com) para ver páginas a color de cuadernos de la lección principal de estudiantes.

BLOQUE # 2 DE MATEMÁTICAS

Material nuevo y contenido

- *Medición.* Este es el tema principal de la lección principal.
 1. *Medición lineal.*
Se introduce la medición lineal a través de experiencias prácticas basadas en el cuerpo humano. Los niños deberían de medir cosas dentro y fuera del salón. Como clase se podrían hacer un gráfico simple que muestre la estatura de un estudiante en particular sobre un período de varios meses – o quizás cada niño podría hacerlo en su casa para sí mismo.
 2. *Peso.* El peso debería de ser también parte de la experiencia. Los estudiantes pueden pesar objetos en el salón, y pueden pesarse entre ellos.
 3. *Volumen y medición de líquidos.* Con la medición de líquidos deberíamos de vaciar tazas en galones, cucharas en tazas, etc.
 4. *Orígenes.* El origen histórico de varias unidades de medida pueden ser presentados de una forma imaginativa (como a través de la historia del Arca de Noé).
 5. *Uso práctico.* Por supuesto, lo mejor es presentar usos prácticos de las medidas, como por ejemplo con proyectos simples de construcción, recetas de cocina, etc.
 6. *Estimación.* Los estudiantes deberían de practicar el estimar. Por ejemplo, ellos podrían estimar el largo de una plancha de madera, la altura de un árbol, la distancia entre dos rocas, el peso de un animal. Deberíamos siempre de tratar de estimar antes de tomar la medida.
 7. *Conversiones de unidades.* Los estudiantes deberían de practicar conversiones de unidades muy simples, como el convertir pies a yardas, o pies en pulgadas, litros en galones, etc.
- *Dinero.* Este es también el momento de introducirle a los niños nuestra moneda. Ellos pueden hacer también su propio dinero (monedas y billetes) y abastecer una tienda, o hasta crear un mercado. Podemos crear también juegos con dinero. A través de toda esta actividad, los niños practican el contar dinero y dar vuelto.
- *Adición y sustracción vertical.* La adición y sustracción vertical fue introducida en el primer bloque del tercer grado. En el entretanto, este material nuevo se puso a “dormir”. Es importante que no toquemos el material nuevo entre dos bloques de matemáticas. Ahora que el material (adición y sustracción vertical) ha tenido su “descanso” necesario, podemos revisarlo y profundizarlo.

- *División y residuos.* Esto debería de ser hecho usando el mismo dividendo pero diferentes divisores. Por ejemplo, usando el número 14, dividirlo por 1, 2, 3, etc. ($14 \div 1 = _;$ $14 \div 2 = _;$ $14 \div 3 = _;$ $14 \div 4 = _;$ etc.). Después de un tiempo, los estudiantes mejorarán en darse cuenta del residuo. Esta es una preparación para la división vertical.
- *¡No se olvide de revisar y practicar!* El material previamente introducido necesita ser revisado, practicado, y avanzado.

Movimiento. Continúe con las actividades de movimiento que fueron hechas en el primer bloque.

Trabajando con objetos

- Por supuesto, hay una infinidad de posibilidades para experiencias prácticas y actividades durante este bloque de medidas. Esto debería de traer un espíritu lleno de vida a las lecciones y entusiasmar a los estudiantes.
- Muchas ayudas visuales son de ayuda en este bloque. Por ejemplo, con volúmenes podríamos usar envases de leche, jarras, botellas, cucharas, tazas, latas, etc.
- Nuestro trabajo con dinero y monedas se presta muy bien para el trabajo con objetos.

Trabajo en el cuaderno

- Los estudiantes deberían de escribir lo que han experimentado (como 4 litros en un galón, etc.) en sus cuadernos de la lección principal. Pueden hacer dibujos (como de una comida) si es que aplicara una unidad de medida.
- Asegúrese de visitar nuestra página web (www.meaningfulmathbooks.com) para ver páginas a color de cuadernos de la lección principal de estudiantes.

BLOQUE # 3 DE MATEMÁTICAS

Material nuevo y contenido

- *Multiplicación vertical.*
La multiplicación vertical sólo puede ser exitosa cuando los estudiantes se sienten seguros con las tablas de multiplicar. Asegúrese de leer una *Progresión Paso a Paso de los Hechos Aritméticos* en el Apéndice y *Más Ideas para la Enseñanza de Matemáticas en el Tercer Grado* más abajo.
- *División vertical.*
Cada profesora necesita considerar cuidadosamente si es que la clase está verdaderamente lista para que se le introduzca la división vertical al final del año en tercer grado, o si es que mejor esperar hasta cuarto grado.
Si se decide introducir la división vertical al final del tercer grado, entonces tome estas cosas en cuenta:
¡Manténgalo simple! Los problemas deberían de limitarse a dos pasos (como $152 \div 4 = 38$), usando los divisores entre 1 y 12.
¡Manténgalo breve! Asegúrese de que la clase no se abrume con demasiados problemas de división vertical. Una breve introducción debería de ser suficiente.
Asegúrese de leer las secciones de división vertical que se encuentran en el capítulo de este libro del cuarto grado, incluyendo:
 1. *Trabajando verticalmente (división)* bajo el título de *Lecciones y Tópicos para las Matemáticas del Cuarto Grado.*
 2. *Una Progresión Paso a Paso para la división vertical* bajo *Más Ideas para la Enseñanza de Matemáticas en el Cuarto Grado.*

- *¡No se olvide de revisar y practicar!* El material previamente introducido necesita ser revisado, practicado, y avanzado.

Movimiento

Es una tarea complicada pero importante la de hacer todas las tablas de multiplicar en movimiento. Esta es una idea de cómo esto se podría hacer en donde los niños son los marineros del barco:

- El capitán cuenta los unos; los dos están barriendo la popa; los tres tiran los baldes de agua; los cinco tiran el ancla, etc.
- Grupos se mueven y hablan cuando escuchan el número de sus tablas de multiplicar.
- Es aceptable si algunos estudiantes sólo observan, dado que hay varias preguntas que pueden ser hechas al final del ejercicio (como, ¿Cuándo escuchamos sólo al capitán? ¿Cuándo se escuchó a toda la tripulación moviéndose y hablando?, etc.)

Trabajando con Objetos

- Recomendamos alejarse de los objetos durante esta lección principal con multiplicación vertical. Los estudiantes necesitan internalizar los procesos.

Trabajo en el Cuaderno

- Los niños pueden incluir varios ejemplos (algunos con todos los pasos) de multiplicación vertical (¿y de división vertical?) en sus cuadernos de la lección principal.

Más Ideas para enseñar Matemáticas en el Tercer Grado

Una Progresión Paso-a-Paso para la Adición y Sustracción Vertical

Notas:

- Para hacer estos problemas más significativos, trate de crear problemas que se relacionen con diferentes actividades.
- Es mejor introducir la adición y sustracción vertical de forma artística. Por ejemplo:
 1. Con la adición vertical, podemos dibujar una casa, en donde hay un nivel para cada número.
 2. La respuesta se ubica en el sótano, y el ático se usa para “llevar” números.
 3. Esto no debería de ser una historia muy elaborada; es simplemente una forma artística de escribirlo.
 4. Algo similar se puede hacer para la sustracción vertical.

Paso #1: La adición/sustracción de dos-dígitos sin llevar o prestarse. (Muchos de estos problemas deberían de hacerse durante el primer bloque de matemáticas del tercer grado)

$$\begin{array}{r}
 35 \rightarrow 30+5 \\
 +14 \rightarrow +(10+4) \\
 \hline
 49 \leftarrow 40+9
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 56 \rightarrow 50+6 \\
 -23 \rightarrow -(20+3) \\
 \hline
 33 \leftarrow 30+3
 \end{array}$$

Paso #2: Usando y mostrando estrategias para reagrupar. (Muchos de estos problemas deben de ser hechos durante el primer bloque de matemáticas del tercer grado.)

$$\begin{array}{r} 46 \rightarrow 40+6 \\ +38 \rightarrow +(30+8) \\ \hline 84 \leftarrow 70+14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 83 \rightarrow 70+13 \\ -25 \rightarrow -(20+5) \\ \hline 58 \leftarrow 50+8 \end{array}$$

Nota: Es importante que los niños hayan trabajado bastante con estrategias de reagrupar (pero no con aritmética vertical) empezando el segundo grado.

Paso #3: El camino más corto – la adición y sustracción vertical tradicional. (Muchos de estos problemas deberían de hacerse durante el segundo bloque de matemáticas del tercer grado).

Usando los mismos ejemplos de arriba:

$$\begin{array}{r} \\ 46 \\ +37 \\ \hline 83 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ 83 \\ -25 \\ \hline 58 \end{array}$$

Una Progresión Paso-a-Paso para la Multiplicación Vertical (con multiplicandos de un solo dígito)

Paso #1: Escribir hechos de multiplicación familiares de forma vertical.

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 7 \\ \hline 28 \end{array}$$

Paso #2: Un número de 2-dígitos (en la forma expandida) por un número de 1-dígito.

$$\begin{array}{r} 24 \rightarrow 20+4 \\ \times 6 \rightarrow \times 6 \\ \hline 4 \\ +120 \\ \hline 144 \end{array}$$

Paso #3: El camino más corto – la multiplicación vertical tradicional (otra vez, dos-dígitos por 1-dígito).

$$\begin{array}{r} 2 \\ 24 \\ \times 6 \\ \hline 144 \end{array}$$

Paso #4: Un número de 3-dígitos (de forma expandida) por un número de 1-dígito.

$$\begin{array}{r} 486 \rightarrow 400+80+6 \\ \times 3 \rightarrow \quad \times 3 \\ \hline \quad \quad \quad 18 \\ \quad \quad 240 \\ \hline 1458 \end{array}$$

Paso #5: El camino más corto – la multiplicación vertical tradicional (otra vez, 3-dígitos por 1-dígito).

$$\begin{array}{r} 21 \\ 486 \\ \times 3 \\ \hline 1458 \end{array}$$

Paso #6: Sin escribir el número que se lleva.

$$\begin{array}{r} 486 \\ \times 3 \\ \hline 1458 \end{array}$$

Es importante para el estudiante que aprenda a trabajar sin escribir el número que se lleva (en otras palabras, llevando el número en su cabeza).

Todo acerca de las Hojas de Práctica de los Hechos Aritméticos para el Tercer Grado

- ¡Hechos de la Semana! (Ver la página siguiente.) La idea central de estas hojas es que hay cinco hechos de la semana escritos en la pizarra, con los que la profesora trabaja durante la semana de una variedad de formas (como por ejemplo, usando movimiento, trabajo rítmico, juegos, etc.). Estos hechos de la semana aparecen entonces muchas veces en las hojas para dicha semana, y son revisadas sistemáticamente durante las siguientes semanas.
- Trabajo anterior. Estas hojas deberían, idealmente, ser la culminación de dos años de trabajo. Si el trabajo en primer y segundo grado fue efectivo, entonces los niños deberían de sentir que estas hojas son fáciles de resolver. Si estas hojas se vuelven difíciles y tediosas, entonces es probable que el trabajo hecho haya sido insuficiente o no lo suficientemente efectivo.
- Tiempo y ritmo. La intención es que la primera hoja de práctica debería de hacerse en algún momento entre finales de marzo y finales de abril en el tercer grado. Puede, por supuesto, variar dependiendo de la clase. Después de esto, una hoja debería de hacerse casi a diario hasta que todas las 100 hojas hayan sido completadas. Hay 20 semanas (100 días) de hojas. Cada hoja tiene 30 problemas.
- Completar. Dado que estas hojas están diseñadas para ser una parte integral del aprendizaje de los hechos matemáticos, es importante que cada hoja sea completada, pues de otra forma ciertos hechos no tendrán la exposición adecuada.
- ¡Cuidado! Esto debería de ser divertido y fácil para los alumnos. Si uno logra esto, se sientan las bases para que ellos se sientan seguros. Es importante asegurarse de que estas hojas no se vuelvan en una tortura para los estudiantes. Trate de quitarle importancia a la velocidad. Ayude a que los estudiantes se den cuenta de que el mejorar es lo importante.
- El cuadro completo. Los 30 problemas de una cierta hoja son sólo una parte de la práctica diaria de matemáticas. **Sería muy lamentable si la práctica diaria de matemáticas consistiera en nada más que en la práctica de estos 30 problemas de hechos aritméticos que aparecen en estas hojas.**
 1. Cuando la clase *no* está en una lección principal de matemáticas, la práctica diaria de matemáticas debería de tomar alrededor de 10 minutos. Los 30 hechos aritméticos pueden hacerse en 3-5 minutos. Los 5-7 minutos restantes pueden usarse para hacer unos cuantos problemas de aritmética (vertical), un trabajo rítmico breve, o alguna otra cosa.
 2. Cuando la clase está en una lección principal de matemáticas, la práctica diaria de matemáticas debería de tomar alrededor de 30 minutos. Los 30 hechos aritméticos pueden hacerse en 3-5 minutos. Después de eso, los 25 minutos restantes de práctica de matemáticas (durante una lección principal de matemáticas) consiste del material que se introdujo en bloques previos o en el bloque actual.
- Los elementos de la práctica de matemáticas. La siguiente lista muestra algunos de los aspectos a considerar cuando se planea una práctica de matemáticas para el día.
 1. *La hoja de práctica de los hechos aritméticos.* La profesora copia a mano los 30 problemas de nuestras *Hojas de Práctica de los Hechos Aritméticos para el Tercer Grado*, y los fotocopia. Una forma de ahorrar papel, y de ayudar a que los alumnos se vuelvan más conscientes del medio ambiente, es subdividir la hoja en tres columnas y escribir en cada columna los problemas para un cierto día - así se tienen los problemas para 6 días en una sola hoja (usando ambas caras).
 2. *Aritmética mental.* La profesora puede decidir hacer los primeros 6 problemas en voz alta.

3. *Problemas adicionales de práctica de matemáticas.* Debería de haber algunos problemas adicionales que la profesora crea y que escribe en la pizarra. Los estudiantes los copian en sus cuadernos de práctica y los resuelven. Estos problemas también incluyen práctica y revisión de material cubierto en bloques de matemáticas previos. (Toma de 20-25 minutos si la clase está en un bloque de matemáticas, de otra forma sólo 5 minutos.)
4. *Problemas difíciles.* Es importante que los últimos problemas (que la profesora añade) sean más difíciles, para así mantener a los estudiantes más “rápidos” involucrados completamente.
 - ¿Qué viene después? En el cuarto grado, las hojas de práctica se llaman *Hojas de Revisión de Hechos Aritméticos del Cuarto Grado*, y su objetivo es el revisar plenamente los hechos matemáticos cubiertos en las primeras hojas de práctica.
 - La esperanza es que sólo cinco minutos por día de practicar estos hechos aritméticos resulte en que la clase entera aprenda casi sin esforzarse los hechos matemáticos de memoria.
 - ¿Y qué pasa si...? Esperamos que esto no ocurra, pero pueda ser que hayan algunos niños al final del tercer grado que aún no han aprendido sólidamente sus hechos aritméticos. Para ayudar a estos niños, podemos darles entonces una tabla de multiplicación/división (como un cuadrado para todas las tablas). Adicionalmente, estos estudiantes deberían de estudiar los problemas de aritmética básicos con tarjetas durante el período de práctica de la mañana.

Los 105 Hechos Aritméticos más difíciles

8+2	6+6	10-8	13-9	3x3	6X6
9+2	7+6	10-7	13-8	3x4	6X7
7+3	8+6	10-6	13-7	3x5	6X8
8+3	9+6	10-5	13-6	3x6	6X9
9+3	7+7	10-4	13-5	3x7	6X12
6+4	8+7	10-3	13-4	3x8	7X7
7+4	9+7	10-2	14-9	3x9	7X8
8+4	8+8	11-9	14-8	3x12	7X9
9+4	9+8	11-8	14-7	4x4	7X12
5+5	9+9	11-7	14-6	4x5	8X8
6+5		11-6	14-5	4X6	8X9
7+5		11-5	15-9	4X7	8X12
8+5		11-4	15-8	4X8	9X9
9+5		11-3	15-7	4X9	9X12
		11-2	15-6	4X12	11X11
		12-9	16-9	5X5	11X12
		12-8	16-8	5X6	12X12
		12-7	16-7	5X7	
		12-6	17-9	5X8	
		12-5	17-8	5X9	
		12-4	18-9	5X12	
		12-3			

Hechos de la Semana

Semana #1: $8+2$, $7+3$, $6+4$, $9+2$, $9+3$, $9+4$, $9+5$, $9+6$, $9+7$, $9+8$

Semana #2: $5+5$, $6+6$, $7+7$, $8+8$, $9+9$

Semana #3: $10-8$, $10-7$, $10-6$, 3×3 , 3×4

Semana #4: $8+3$, $7+4$, $6+5$, $10-5$, 3×8

Semana #5: $8+4$, $7+5$, $10-4$, $10-3$, $10-2$

Semana #6: $8+5$, $7+6$, $11-9$, $12-9$, $13-9$

Semana #7: $8+6$, $8+7$, $14-9$, $15-9$, 3×7

Semana #8: $16-9$, $17-9$, $18-9$, 3×9 , 4×5

Semana #9: $11-8$, $13-8$, 3×6 , 4×4 , 5×5

Semana #10: $11-4$, $12-8$, $13-4$, 3×5 , 5×6

Semana #11: $11-7$, $12-5$, $16-7$, 3×12 , 5×8

Semana #12: $12-3$, $13-7$, $14-7$, 4×7 , 5×7

Semana #13: $11-5$, $13-5$, $17-8$, 4×9 , 5×12

Semana #14: $12-4$, $14-6$, $15-6$, 4×8 , 5×9

Semana #15: $11-6$, $13-6$, $14-5$, 7×8 , 4×6

Semana #16: $11-2$, $12-6$, $15-7$, 6×9 , 6×12

Semana #17: $11-3$, $14-8$, $15-8$, 6×7 , 6×6

Semana #18: $12-7$, $16-8$, 6×8 , 7×7 , 7×9

Semana #19: 4×12 , 8×8 , 8×9 , 11×11 , 9×9

Semana #20: 8×12 , 9×12 , 7×12 , 11×12 , 12×12